



## فصلنامه علمی ((دفاع هوافضایی))

دوره ۱، شماره ۳، آذر ۱۴۰۱

عنوان مقالات

### مقاله پژوهشی

## حل تحلیلی انتقال حرارت دوبعدی پایا در پانل ساندویچی استوانه‌ای

علیرضا پور مؤید<sup>۱</sup>، محمدعلی رنجبر<sup>۲</sup>، محمدرضا معصومی گودرزی<sup>۳</sup>

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء(ص)، تهران، ایران

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء(ص)، تهران، ایران

۳. کارشناس ارشد مکانیک، پژوهشکده علوم پدافندی، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء(ص)، تهران، ایران

### چکیده

در مطالعه حاضر یک حل تحلیلی دقیق برای انتقال حرارت دوبعدی پایا در ساندویچ پانل استوانه‌ای ساخته‌شده از گرافیت اپوکسی و فوم پلی یورتان ارائه شده است. ساندویچ پانل در نظر گرفته‌شده از نوع استوانه‌ای بوده که در طراحی موشک‌های زمین به هوا، بسیار پرکاربرد می‌باشد. انتقال حرارت متقارن محوری در جهت طولی و شعاعی ارائه شده است. یافتن کلی‌ترین حل ممکن بر مبنای شرایط مرزی پیچیده و مطالعات پارامتری، از جنبه‌های نوآوری مطالعه حاضر است. برای یافتن کلی‌ترین حل از دو نرم‌افزار مطلب و آباکوس استفاده شده که برای این منظور ابتدا استوانه به صورت پایا در نرم‌افزار آباکوس تحلیل و سپس با استفاده از فرمول‌های تئوری اشتروم-لیوویل و تبدیل فوریه انتقال حرارت در نرم‌افزار مطلب بررسی گردیده و نتایج با هم مقایسه می‌شود. در انتها توزیع درجه حرارت برای هر لایه کامپوزیتی با زاویه الیاف دلخواه بین توزیع درجه حرارت برای زوایای صفر و ۹۰ ارائه شده است.

### اطلاعات مقاله

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۳۰

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۲۲

### کلمات کلیدی:

حل تحلیلی، ساندویچ پانل، کامپوزیت، نرم‌افزار مطلب، انتقال حرارت پایا.



نویسنده مسئول:

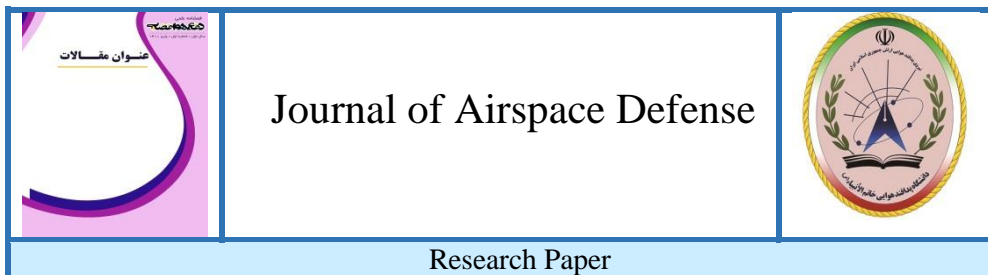
علیرضا پور مؤید

ایمیل:

Pourmoayed@gmail.com

**استناد به مقاله:** علیرضا پور مؤید، محمدعلی رنجبر، محمدرضا معصومی گودرزی، حل تحلیلی انتقال حرارت

دوبعدی پایا در پانل ساندویچی استوانه‌ای، مجله علمی دفاع هوافضایی دوره ۱، شماره ۳، آذر ۱۴۰۱.



## Analytical solution of two-dimensional heat transfer in cylindrical sandwich panel

Alireza Pourmoayed<sup>1</sup>, Mohammad Ali Ranjbar<sup>2</sup>, Reza Masoumi Goodarzi<sup>3</sup>

1. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Khatam Ol Anbia (PBU) University, Tehran, Iran.

2. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Khatam Ol Anbia (PBU) University, Tehran, Iran .

3. Research Institute of Defense Sciences, Khatam Ol Anbia (PBU) University, Tehran, Iran

### Article Information

Accepted: 1401/07/30

Received: 1401/04/22

### Keywords:

Artillery weapons, Fractional projectile equation, Shooting method (shooting), Inverse problem.



### Corresponding author:

Alireza Pourmoayed

Email:

Pourmoayed@gmail.com

### Abstract

In this study, an analytical exact solution for two-dimensional steady-state heat transfer in cylindrical sandwich panel made of graphite-epoxy and poly urethane foam is presented. This sandwich panel is cylindrical in shape and simulated a ground-to-air rocket. The symmetry of heat transfer in the longitudinal and radial directions is presented. Finding the most possible solution based on complex boundary conditions and parametric studies is one of the innovative aspects of the present study. To find the most complete solution, Matlab and Abaqus software were used. For this purpose, first the cylinder was reliably analyzed in Abaqus software and then using the formulas of Sturm-Liouville theory and Fourier transform, heat transfer in Matlab software and the results were compared. Finally, the temperature distribution for each composite layer with the desired fiber angle between the temperature distribution for the zero and 90 degrees is presented.

**HOW TO CITE:** Alireza Pourmoayed, Mohammad Ali Ranjbar, Reza Masoumi Goodarzi, Analytical solution of two-dimensional heat transfer in cylindrical sandwich panel, Journal of Airspace Defense, Vol. 1, No. 3, 1401

## ۱. مقدمه

پانل‌های ساندویچی به خاطر سبکی وزن، سختی خمشی بالا و خواص مقاوم در برابر خستگی، بیش از ۴۰ سال در صنعت هوافضا کاربری داشته و از چندین پیش به‌عنوان سازه‌های مقاوم در ساختمان‌ها بکار گرفته شده‌اند. کامپوزیت‌های الیاف کربن در مواردی که استحکام و سختی بالا به همراه وزن کم و ویژگی استثنایی مقاومت در برابر خوردگی مدنظر باشند، تنها گزینه پیش روست. همچنین هنگامی که مقاومت در برابر دمای بالا، خنثی بودن از لحاظ شیمیایی و ویژگی ضربه‌گیری بالا نیز انتظار برود، باز هم کامپوزیت‌های کربنی بهترین انتخاب هستند. تحقیقات انجام‌شده روی مواد کامپوزیتی اکثراً رفتارهای آن‌ها تحت بارگذاری مکانیکی را بررسی نموده و کمتر به انتقال حرارت در این مواد پرداخته شده است. از جمله فعالیت‌های پرداخته‌شده در این حوزه می‌توان به بررسی تحلیلی انتقال حرارت هدایتی در لمینت‌های کامپوزیت استوانه‌ای گرافیت اپوکسی توسط کیهانی و همکارانش پرداخت. آن‌ها در این پژوهش با بهره‌گیری از تئوری اشتروم لیویل به حل تحلیلی انتقال حرارت در یک لمینت کامپوزیتی تک لایه پرداختند و با این روش زاویه مناسب برای این کامپوزیت دست یافتند [۱]. یانگ و لیو به حل تحلیلی و دقیق انتقال حرارت گذرا در یک استوانه توخالی با تعداد لایه‌های زیاد پرداختند، که یک حل  $s$ -domain برای یک سیلندر کامپوزیتی با استفاده از لاپلاس می‌باشد [۲]. عظیمی و همکارانش توزیع درجه حرارت در یک استوانه توخالی متشکل از مواد هدفمند با استفاده از مدل هدایت حرارتی غیر فوریه با تأخیر زمان منفرد کسری را بررسی نمودند [۳]. معصومی و همکارانش [۴] انتقال حرارت ناپایا در استوانه فلز کامپوزیت به کمک تئوری لایه‌ای و روش حل دیفرانسیل مربعات را بررسی کردند. آن‌ها در این مقاله پنج نمونه مخزن استوانه فلزی کامپوزیت را مورد تحلیل انتقال حرارت ناپایا قرار دادند. شرایط حرارتی حاکم بر مسئله از یک شرایط کاربردی و تجربی استخراج شده است. هدف از تحقیق آن‌ها بررسی رفتار انتقال حرارت در مخازن مذکور می‌باشد. لذا ابتدا معادلات حاکم بر انتقال حرارت جهت بررسی دقیق انتقال حرارت در لایه‌ها از تئوری لایه‌ای استفاده شده است. دلویی و همکارانش همچنین انتقال حرارت در لمینت‌های کامپوزیت استوانه‌ای گرافیت اپوکسی را بررسی نمودند. این لمینت‌ها در هر لایه الیاف به دور استوانه پیچیده شده‌اند. تبدیل فوریه مناسب با استفاده از تئوری اشتروم-لیوویل ساخته شده است [۵]. قاجار و راساف اثر شکل ضربه زننده و دماهای بالا بر روی پاسخ صفحات کامپوزیتی را مورد بررسی قرار دادند. کامپوزیت مورد استفاده در این تحقیق از جنس شیشه/اپوکسی می‌باشد؛ و جهت انجام آزمایش ضربه از دستگاه وزنه افتان و برای بررسی اثر شکل ضربه زننده از چهار نوع ضربه زننده تخت، نیم کروی، مخروطی و سهموی استفاده شده است. میزان آسیب، زمان برخورد، بیشینه نیروی برخورد، انرژی جذب‌شده و

جابجایی برای چهار ضربه زننده مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند [۶]. قدیریان و همکاران تحلیل ارتعاشات و پایداری ورق‌های مرکب چندلایه تحت اثر دما و رطوبت را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق، معادلات حرکت ورق مرکب با استفاده از تئوری کلاسیک ورق و با روش نیوتن استخراج شده‌اند و در انتها اثر پارامترهای مختلف شامل، شرایط مرزی، مقادیر گرادیان دما و درصد رطوبت، ابعاد هندسی ورق و زوایای الیاف روی ویژگی‌های مودال ورق مطالعه شده است [۷]. ملک زاده‌فرد و همکاران رفتار تیر خمیده‌ی ساندویچی تحت بارگذاری ضربه‌ای کم‌سرعت، با در نظر گرفتن تأثیر دمای محیط، با به‌کارگیری تئوری مرتبه بالای سازه‌های ساندویچی را مورد بررسی قرار دادند [۸]. ژارفلت و همکارانش به بررسی عملکرد و خواص حرارتی فوم پلی اورتان پرداخته‌اند [۹]. یوونت و همکاران نیز فرمولاسیون مناسبی را بر مبنای روش المان محدود برای حل عددی انتقال حرارت مؤثر در کامپوزیت‌ها ارائه نمودند [۱۰]. جانسون و لسنیک کاربرد روش‌های پایه‌ای (MFS) در انتقال حرارت هدایتی مواد چندلایه را نشان داده‌اند و این روش را برای تخمین عددی شار حرارتی در مواد لایه‌ای گسترش داده‌اند [۱۱]. حاجی شیخ و همکاران یک فرمولاسیون ریاضی برای میدان دما در حالت پایدار در اجسام چندلایه و چندبعدی بدست آورده‌اند و در ادامه اثبات کردند که مقادیر ویژه برای حالتی که لایه‌ها همگن باشد حقیقی است درحالی‌که برای حالت اورتوتروپ این مقادیر می‌توانند موهومی باشند [۱۲]. سینگ و همکاران حل تحلیلی انتقال حرارت هدایتی در مختصات قطبی چندلایه در جهت شعاعی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۳]. اونیجکوه یک حل دقیق برای انتقال حرارت در محیط‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری انتگرال مرزی ارائه داده است [۱۴].

در این تحقیق یک حل تحلیلی و دقیق برای انتقال حرارت در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای که از دو استوانه کامپوزیتی از جنس کربن اپوکسی و هسته فوم پلی یورتان استفاده شده است ارائه گردیده است. در این تحقیق دمای داخلی استوانه ۳۲۰ و دمای بیرونی استوانه ۳۰۰ درجه کلوین فرض شده است (شکل ۱). شار حرارتی در داخل استوانه با اندازه‌های مختلف وارد می‌شود. ضرایب انتقال حرارت در سطح‌های داخلی و خارجی استوانه اثر می‌گذارد. یافتن کلی‌ترین حل ممکن بر مبنای شرایط مرزی پیچیده یکی از جنبه‌های نوآوری طرح است. سپس با استفاده از تئوری اشتروم لیویل انتقال حرارت در مواد مرکب حل و با استفاده از تبدیل فوریه مناسب بر اساس شرایط مرزی در داخل و خارج استوانه همچنین پیوستگی شار و دما در داخل و خارج استوانه و مرز بین لایه دستگاه معادلات حاکم حل شده است.

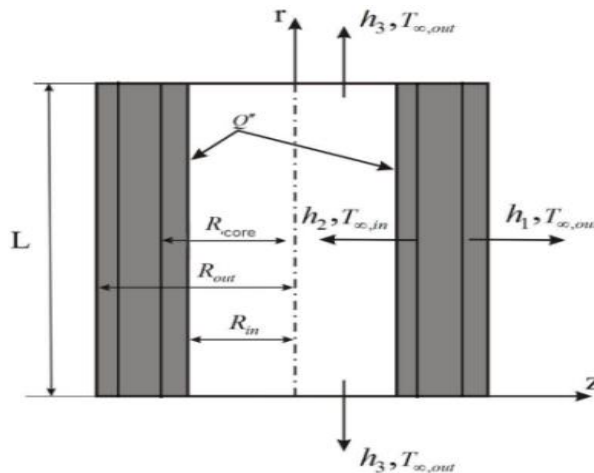
## ۲. انتقال حرارت در ساندویچ پانل

به‌طور کلی روابط مربوط به انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی به شکل رابطه زیر است [۱۵]:

(۱)

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{Bmatrix}$$

که در آن  $q$  شار حرارت،  $k_{ij}$  ضرایب انتقال حرارت هدایتی و  $T$  دما است.



شکل ۱: هندسه و مختصات بکار رفته در استوانه

برای یک ماده مرکب رابطه فوریه در دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر است [۱۵]:

(۲)

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix}_{on} = - \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x_1} \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} \\ \frac{\partial T}{\partial x_3} \end{Bmatrix}_{on}$$

مطابق رابطه (۲) در هر لایه، خواص در جهت ایافت  $x_1$  با جهات عمود بر ایاف  $x_2$  و  $x_3$  متفاوت است ولی انتقال حرارت در صفحه عمود بر ایاف در کلیه جهات یکسان است.

برای تعیین ضرایب هدایت در دستگاه مختصات اصلی ( $k_{11}$  ,  $k_{22}$ ) دو روش در دستگاه مختصات اصلی پیشنهاد می شود:

۱. انجام آزمایش تعیین ضریب هدایت حرارتی بر روی یک استوانه کامپوزیتی در جهت الیاف و جهت عمود بر الیاف

۲. استفاده از فرمولاسیون خاصی بر اساس ضرایب هدایتی الیاف ۱، ماده زمینه ۲ و نیز درصد حجمی الیاف

روش دوم، روش مناسبی با خطای کمتر از ۲٪ است که در نبود امکانات آزمایشگاهی روش بسیار راه‌گشایی است (خصوصاً برای محاسبات مهندسی). در این روش ضرایب انتقال حرارت (و یا سایر پارامترهای فیزیکی جهت‌دار ماده) بر اساس روابط زیر قابل محاسبه هستند [۱۶]:

$$k_{11} = v_f k_f + v_m k_m \quad (3)$$

$$k_{22} = k_m \frac{1 + \zeta \eta v_f}{1 - \eta v_f} \quad (4)$$

در رابطه (۳)،  $k_f$  ضریب هدایت حرارتی الیاف،  $k_m$  ضریب هدایت حرارتی ماده زمینه،  $v_f$  درصد حجمی الیاف و  $v_m$  درصد حجمی ماده زمینه است. کمیت‌های  $\zeta$  و  $\eta$  نیز از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\eta = \frac{k_f / k_m - 1}{k_f / k_m + \zeta} \quad (5)$$

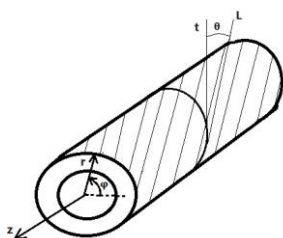
$$\zeta = 1 / (4 - 3v_m) \quad (6)$$

۳. مدل‌سازی، معاملات حاکم و شرایط مرزی

در این تحقیق انتقال حرارت پایدار هدایتی در یک پانل استوانه کامپوزیتی مطالعه شده است. در اینجا فرض شده که الیاف در هر لایه به دور استوانه در جهت‌های مشخصی پیچیده شده‌اند. در شکل ۲ یک لمینا در وضعیت بیان شده، نشان داده شده است. مطابق شکل ۲، ۲،  $\varphi$  و  $Z$  مؤلفه‌های دستگاه مختصات فرعی (مرجع) هستند. اگر  $L$  خط مماس بر استوانه در جهت الیاف و  $t$  نیز خط مماس بر استوانه در جهت  $\varphi$  باشد، در این صورت زاویه الیاف  $\theta$ ، زاویه بین دو خط  $L$  و  $t$  است.

۱ Fiber

Matrix ۲



شکل ۲: جهت الیاف در استوانه

جهت تعیین معادله انتقال حرارت، بایستی المانی استوانه‌ای مشابه شکل ۲ در نظر گرفت. مشابه رابطه (۱)، در دستگاه مختصات استوانه‌ای (دستگاه فرعی) رابطه فوریه در یک ماده کامپوزیتی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{Bmatrix} q_r \\ q_\phi \\ q_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{k}_{11} & \bar{k}_{12} & \bar{k}_{13} \\ \bar{k}_{21} & \bar{k}_{22} & \bar{k}_{23} \\ \bar{k}_{31} & \bar{k}_{32} & \bar{k}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به شکل ۳ در صورتی که موازنه انرژی برای المان استوانه‌ای برقرار شود، رابطه حاصله به صورت زیر خواهد بود [۱۷]:

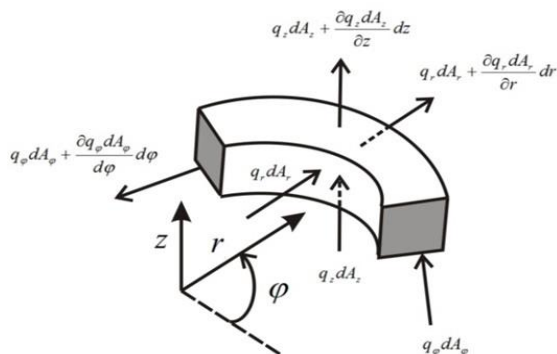
$$pC \frac{\partial T}{\partial t} dV = - \frac{\partial q_r dA}{\partial r} dr - \frac{\partial q_\phi dA_\phi}{\partial \phi} d\phi - \frac{\partial q_z dA}{\partial z} dz \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $\rho$  چگالی،  $C$  ظرفیت گرمایی ویژه،  $t$  زمان و  $V$  حجم است.

پس از تعدادی محاسبات ریاضی؛ رابطه (۹) برای انتقال حرارت در یک ماده کامپوزیتی بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \bar{k}_{11} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \bar{k}_{22} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \bar{k}_{33} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + (\bar{k}_{12} + \bar{k}_{21}) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi \partial r} + \\ & (\bar{k}_{13} + \bar{k}_{31}) \frac{\partial^2 T}{\partial r \partial z} + \frac{k_{13}}{r} \frac{\partial T}{\partial z} + (\bar{k}_{23} + \bar{k}_{32}) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi \partial z} = pC \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{k}_{11} &= k_{22} \\
 \bar{k}_{22} &= m_l^2 k_{11} + n_l^2 k_{22} \\
 \bar{k}_{33} &= m_l^2 k_{11} + n_l^2 k_{22} \\
 \bar{k}_{12} &= \bar{k}_{21} = 0 \\
 \bar{k}_{13} &= \bar{k}_{31} = 0 \\
 \bar{k}_{23} &= \bar{k}_{32} = m_l n_l (k_{11} - k_{22})
 \end{aligned}
 \tag{10}$$



شکل ۳: شارهای حرارت در یک المان استوانه‌ای

با اعمال رابطه (۱۰) در معادله (۹)، معادله‌ای برای انتقال حرارت در این لمینیت بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 k_{22} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + (m_l^2 k_{11} + n_l^2 k_{22}) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \\
 (n_l^2 k_{11} + m_l^2 k_{22}) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + 2m_l n_l (k_{11} - k_{22}) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi \partial z} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

در این تحقیق از معادله (۱۱) برای بررسی انتقال حرارت در لمینیت‌های کامپوزیتی استوانه‌ای شکل استفاده شده است. از طرفی با در نظر گرفتن انتقال حرارت جابجایی در داخل و خارج پوسته برای بدست آوردن انتقال حرارت کلی می‌توانیم از روابط (۱۲) استفاده نماییم:

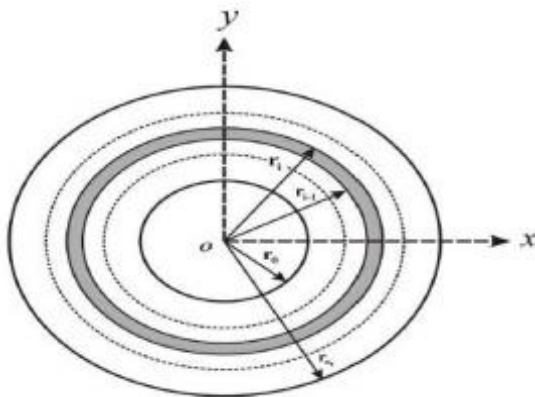
$$\begin{aligned}
 R_{1,Convection} = \frac{1}{h_1 A_1} \quad , \quad R_1 = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K_1 L} \quad R_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi K_2 L} \quad R_3 = \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2\pi K_3 L} \\
 R_{2,Convection} = \frac{1}{h_2 A_2} \quad R_{total} = R_{1,Convection} + R_1 + R_2 + R_3 + R_{2,Convection} \quad , \quad Q = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{total}}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$



از آنجاکه لمینیت استوانه‌ای از لایه‌های متعددی تشکیل شده و جهت الیاف در هر لایه با لایه مجاور ممکن است که متفاوت باشد، لذا معادله (۱۱) در هر لایه متفاوت خواهد بود. همچنین بین لایه‌ها بایستی که شرط مرزی هم‌زمان پیوستگی دما و پیوستگی شار دما وجود داشته باشد [۱۷]. در شکل ۴ لایه‌ها در لمینیت استوانه‌ای نشان داده شده است؛ بنابراین اگر  $r = r_i$  مرز بین دو لایه شماره  $i$  و  $i+1$  باشد، بنابراین در این شعاع:

$$T^{(i)} = T^{(i+1)} \quad (13)$$

$$-k_{22} \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} = k_{22} \frac{\partial T^{(i+1)}}{\partial r} \quad (14)$$



شکل ۴: چیدمان لایه‌ها در لمینیت استوانه‌ای

#### ۴. معاملات حاکم در شرایط پایا

در این بخش به بررسی معادلات حاکم انتقال حرارت پایا با استفاده از تئوری لبه‌ای پرداخته می‌شود. دلیل اصلی استفاده از این تئوری نسبت به تئوری کلاسیک، دقت این تئوری در پیش‌بینی رفتار دمایی در ضخامت پانل ساندویچی استوانه‌ای می‌باشد. چون نمودار گرادیان دما در راستای ضخامت استوانه دارای تغییرات غیرخطی بوده و تئوری‌های مذکور با پیش‌بینی رفتار خطی دارای دقت مناسبی در تحلیل دمایی خواهد بود و از طرفی چون استوانه مورد تحلیل در این تحقیق یک استوانه غیر ایزوتروپ می‌باشد میدان دما به فرم تئوری لایه‌ای برای پوسته استوانه‌ای متقارن را می‌توان به صورت رابطه (۱۵) نوشت:

$$T(r, z, t) = \sum_{I=1}^{N_1} T_1(z, t) \phi^I(r) \quad N_I = N_e + 1 \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $I$  نمایانگر شماره نود انتگرال‌گیری،  $N_e$  تعداد لایه، و  $N_1$  تعداد نود انتگرال‌گیری می‌باشد.

$$\delta \sum_{I=1}^N T_I \frac{\partial^2(\phi^I)}{\partial r^2} k_{22} + \sum_{I=1}^{N_1} \frac{T_I k_{22}}{r} \frac{\partial(\phi^I)}{\partial r} + \sum_{I=1}^{N_1} (k_{22} \cos^2 \theta + \quad (16)$$

$$k_{11} \sin^2 \theta) \phi^I \frac{\partial^2(T_I)}{\partial z^2} = \sum_{I=1}^{N_1} \rho_0 c_p \frac{\partial(T_I \phi^I)}{\partial t}$$

تابع درون‌یاب خطی به صورت رابطه (۱۷) تعریف می‌شود:

$$\phi^I(r) = 1 - \frac{r-r_1}{r_2-r_1} \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad \phi^I(r) = \begin{cases} \frac{r-r_{I-1}}{r_1-r_{I-1}} & r_{I-1} \leq r \leq r_I \\ 1 - \frac{r-r_I}{r_{I+1}-r_I} & r_I \leq r \leq r_{I+1} \end{cases}, \quad I = 2, 3, \dots, N_e \quad (17)$$

$$\phi^{N_1}(r) = \frac{r-r_{N_e}}{r_{N_e+1}-r_{N_e}} \quad r_{N_e} \leq r \leq r_{N_e+1}$$

مشتق اول توابع فوق به شکل رابطه زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \phi^1}{\partial r} = -\frac{1}{r_2-r_1} \quad r_1 \leq r \leq r_2 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi^I}{\partial r} = \begin{cases} \frac{1}{r_1-r_{I-1}} & r_{I-1} \leq r \leq r_I \\ -\frac{1}{r_{I+1}-r_I} & r_I \leq r \leq r_{N_e+1} \end{cases} \quad I = 2, 3, \dots, N_e$$

مشتق مرتبه دوم توابع درون‌یاب مساوی صفر خواهد بود. برای جبران این مسئله از روش تفاضل محدود در کنار تئوری لایه‌ای کمک گرفته شده است.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \sum_{I=1}^{N_1} \left( \frac{T_{I+1} T_{I-1} 2T_I}{(r_{I+1} - r_I)^2} \right) \phi^I \quad \text{لایه‌های داخلی}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \sum_{I=1}^{N_1} \left( \frac{2T_{N_e} - 2T_{N_e+1}}{(r_{N_e+1} - r_{N_e})^2} \right) \phi^I \quad \text{لایه میانی} \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \sum_{I=1}^{N_1} \left( \frac{2T_2 2T_1}{(r_2 - r_1)^2} \right) \phi^I \quad \text{لایه پائینی}$$

بنابراین با در دست داشتن مشتقات تابع درون‌یاب، فرم معادله ترمودینامیک به صورت رابطه (۲۰) خواهد بود:

$$k_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \sum_{I=1}^N \frac{T_I k_{22}}{r} \Gamma^I + \sum_{I=1}^{N_I} (k_{22} \cos^2 \theta + k_{11} \sin^2 \theta) \varphi^I \frac{\partial^2 (T_I)}{\partial z^2} = \sum_{I=1}^{N_I} \rho_0 c_p \varphi^I \frac{\partial (T_I)}{\partial t} \quad (20)$$

معادلات حاکم بر تئوری لایه‌ای را می‌توان با استفاده از اصل تغییرات نوشت:

$$\int_{\Omega}^t (\delta E) dt = 0 \quad (21)$$

در معادله (۲۱)،  $\delta E = E \cdot \delta T$  فرم تغییرات معادله حرارت بوده و به صورت رابطه (۲۲) نوشته خواهد شد:

$$\delta E = \int_{\Omega} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left( k_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \sum_{I=1}^{N_I} (k_{22} \cos^2 \theta + k_{11} \sin^2 \theta) \varphi^I \frac{\partial^2 (T_I)}{\partial z^2} - \sum_{I=1}^{N_I} \rho_0 c_p \varphi^I \frac{\partial (T_I)}{\partial t} \right) (\sum_{J=1}^{N_I} \delta T_J \varphi^J) dr dA \quad (22)$$

در معادله (۲۲)  $h$  ضخامت پوسته استوانه‌ای می‌باشد. با جاگذاری معادله (۲۰) در معادله (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \delta E = & \int_{\Omega} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left( \sum_{I=1}^{N_I} k_{22} \frac{(T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I)}{(r_{I+1} - r_I)^2} \varphi^I + \sum_{I=1}^{N_I} \frac{T_I}{r} \Gamma^I k_{22} \sum_{I=1}^{N_I} (k_{22} \cos^2 \theta + k_{11} \sin^2 \theta) \varphi^I \frac{\partial^2 (T_I)}{\partial z^2} - \right. \\ & \left. \sum_{I=1}^N \rho_0 c_p \varphi^I \frac{\partial (T_I)}{\partial t} \right) (\sum_{J=1}^N \delta T_J \varphi^J) dr dA = \int_{\Omega} \left( \sum_{I=1}^N \sum_{J=1}^N \left( \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} k_{22} \frac{(T_{I+1} T_{I-1} - 2T)}{(r_{I+1} - r)^2} \varphi^I \varphi^J + \right. \right. \\ & \left. \left. T_I \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\Gamma^I \varphi^J k_{22}}{r} + \frac{\partial^2 (T_I)}{\partial z^2} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} k_{22} \frac{(T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I)}{(r_{I+1} - r_I)^2} \varphi^I \varphi^J - \frac{\partial (T_I)}{\partial t} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_0 C_E \varphi^I \varphi^J \right) \delta T \right) dr dA \end{aligned} \quad (23)$$

ساده‌سازی معادله فوق در روابط زیر بیان شده است:

$$\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left( \frac{k_2}{\rho_0 c_p} \right) \varphi^I \varphi^J dr = \sum_{k=1}^{N_e} \int_{r_k}^{r_{k+1}} \left( \frac{k_2}{\rho_0 c_p} \right) \varphi^I \varphi^J dr = E^{IJ} \quad (24)$$

$$\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\Gamma^I \varphi^J \left( \frac{k_2}{\rho_0 c_p} \right)}{r} dr = \sum_{k=1}^{N_e} \int_{r_k}^{r_{k+1}} \frac{\Gamma^I \varphi^J \left( \frac{k_2}{\rho_0 c_p} \right)}{r} dr = B^{IJ}$$

$$\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{(k_{22} \cos^2 \theta + k_{11} \sin^2 \theta)}{\rho_0 c_0} \varphi^I \varphi^J dr = \sum_{K=1}^{N_e} \int_{r_k}^{r_{K+1}} \frac{(K_{22} \cos^2 \theta + k_{11} \sin^2 \theta)}{\rho_0 c_p} \varphi^I \varphi^J dr = C^{IJ}$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \varphi^I \varphi^J dr = \sum_{k=1}^{N_e} \int_{r_k}^{r_{k+1}} \varphi^I \varphi^J dr = D^{IJ}$$

با جاگذاری معادلات (۲۴) در رابطه (۲۲)، سیستم معادلات تشکیل یافته به صورت رابطه (۲۵) خواهد بود:

$$\delta E = \int_{\Omega} \left( \sum_{I=1}^{N_I} \sum_{j=1}^N \left( \frac{T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I}{(r_{I+1} - r_I)} \right) E^{Ij} + T_I B^{Ij} + \frac{\partial^2(T_I)}{\partial z^2} C^{Ij} \frac{\partial(T_I)}{\partial t} D^{Ij} \right) \delta T_j dA \quad (25)$$

با جاگذاری معادله (۲۵) در معادله (۲۱) و با استفاده از اصل اولر-لاگرانژ در حل معادلات می‌توان معادلات حاکم بر دما در یک استوانه چندلایه با استفاده از تئوری لایه‌ای را به صورت رابطه (۲۶) نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I}{(r_{I+1} - r_I)^2} \right) E^{I1} + T_I B^{I1} + \frac{\partial^2(T_I)}{\partial z^2} C^{I1} &= \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{\partial(T_I)}{\partial t} D^{I1} \right) \\ \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I}{(r_{I+1} - r_I)^2} \right) E^{I2} + T_I B^{I2} + \frac{\partial^2(T_I)}{\partial z^2} C^{I2} &= \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{\partial(T_I)}{\partial t} D^{I2} \right) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{T_{I+1} + T_{I-1} - 2T_I}{(r_{I+1} - r_I)^2} \right) E^{IN_L} + T_I B^{IN_L} + \frac{\partial^2(T_I)}{\partial z^2} C^{IN_L} &= \sum_{I=1}^{N_I} \left( \frac{\partial(T_I)}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

در رابطه (۲۶)  $\{T1\}$ ،  $\{T2\}$  و  $\{T_{N_I}\}$  دما در نودهای انتگرال‌گیری می‌باشد؛ بنابراین به تعداد نودهای انتگرال‌گیری، معادله تشکیل می‌گردد. برای انتگرال‌گیری ترم‌های مشتق دوم در رابطه (۲۶) می‌توان از رابطه (۲۷) استفاده نمود:

$$\sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^{N_l} \left( \left( \frac{T_{l+1}T_{l-1} - 2T_l}{(r_{l+1} - r_l)^2} \right) E^{lj} \right) =$$

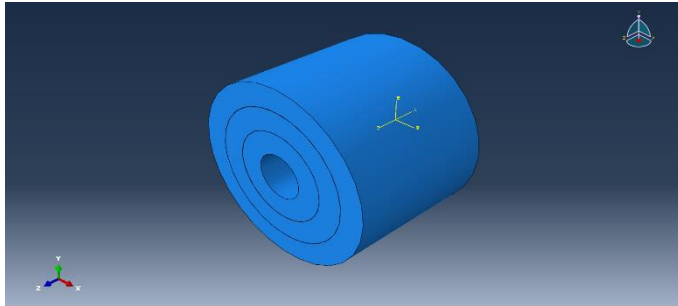
$$\sum_{l=1}^N \left( \sum_{l=2}^{N_e} \left( \left( \frac{T_{l+1}T_{l-1} - 2T_l}{(r_{l+1} - r_l)^2} \right) E^{lj} \right) + \left( \left( \frac{2T_2 - 2T_1}{(r_2 - r_1)^2} \right) E^{1j} \right) + \right.$$

$$\left. \left( \frac{2T_{N_e} - 2T_{N_l}}{(r_{N_l} - r_{N_e})^2} \right) E^{Nl} \right) = \sum_{l=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_l} (K_{diff}^{lj}) \begin{Bmatrix} \{T_1\} \\ \{T_2\} \\ \vdots \\ \{T_{N_l}\} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

با در دست داشتن معادلات، باید از یک روش عددی برای حل معادلات استفاده نمود. در این تحقیق از روش دیفرانسیل مربعات برای حل معادلات استفاده شده است

### ۵. نتایج و بحث

در این بخش ابتدا با استفاده از نرم افزار آباکوس پانل ساندویچی استوانه‌ای شبیه‌سازی شده و از نظر حرارتی مورد بررسی قرار گرفته شده است (شکل ۵). سپس همین کار با استفاده از نرم افزار متلب با استفاده از کد نوشته شده با استفاده از روابط به دست آمده در بخش‌های قبلی مقاله، شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌های آباکوس و متلب با هم مورد مقایسه قرار گرفته شده است. مشخصات هندسی و متریک لایه‌ها در جداول ۱ و ۲ آورده شده است.



شکل ۵. مدل هندسی پانل ساندویچی

جدول ۱: خواص لایه‌های داخلی و خارجی مورداستفاده در مدل [۵]

مقدار	خواص
1400 Kg/m <sup>3</sup>	چگالی
930 J/kg.k	ظرفیت گرمایی
0.87 W/m.k	K در جهت عمود بر الیاف
11.1 W/m.k	K در جهت موازی با الیاف

جدول ۲: ابعاد هندسی ساندویچ پانل

ابعاد	پارامتر
0.5 m	شعاع داخلی
1 m	شعاع خارجی
0.125 m	ضخامت لایه داخلی و لایه خارجی
0.25 m	ضخامت هسته
1 m	طول استوانه
100 w/m <sup>2</sup>	ضریب جابجایی عرضی
150 w/m <sup>2</sup>	ضریب جابجایی داخلی

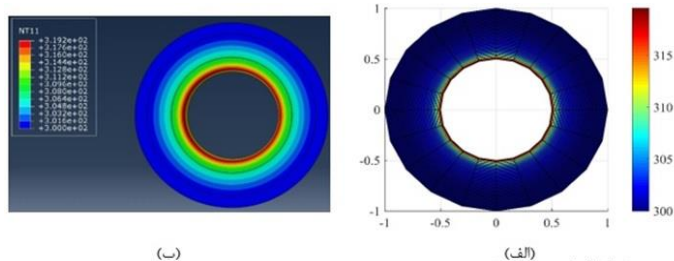
همچنین برای قسمت میانی که از فوم پلی یورتان تشکیل شده، مقدار  $k$ ،  $W/m.k$   $0.25$  و چگالی برابر  $28/6 \text{ Kg/m}^3$  در نظر گرفته شده است. در ادامه نتایج حالت پایا که استوانه داخلی تحت شار حرارتی خارجی  $400 \text{ w/m}^2$ ،  $800 \text{ w/m}^2$  و  $1200 \text{ w/m}^2$  قرار گرفته است ارائه می‌گردد.

۱-۵ حالت پایا

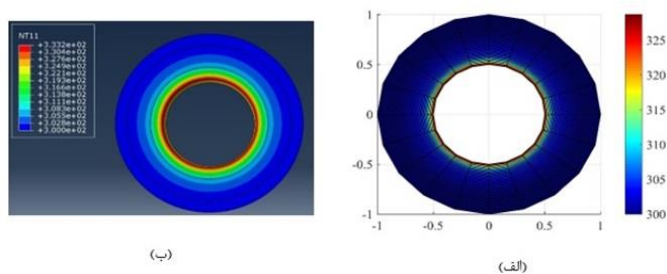
۱-۱-۵ نتایج به دست آمده در نرم‌افزار آباکوس

در این قسمت نتایج حاصل از مدل‌سازی انتقال حرارت پایا بیان شده است. نتایج برای دو حالت زاویه الیاف ۰ و ۹۰ درجه استخراج گردیده است. شکل ۶ کانتورهای مربوط به توزیع دما در حالت شار حرارتی مختلف در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای و با زاویه الیاف صفر درجه را نشان داده شده است. این کانتورها برای مقطع  $Z=0.4$  رسم شده است. با توجه به شرایط مرزی در نظر گرفته شده ماکزیمم دما در سطح داخلی استوانه اتفاق می‌افتد. دما در شار حرارتی  $400 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۱۹ کلوین، همچنین در شار حرارتی  $800 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۳۲ کلوین و در شار حرارتی  $1200 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۴۶ درجه کلوین تغییر می‌کند.

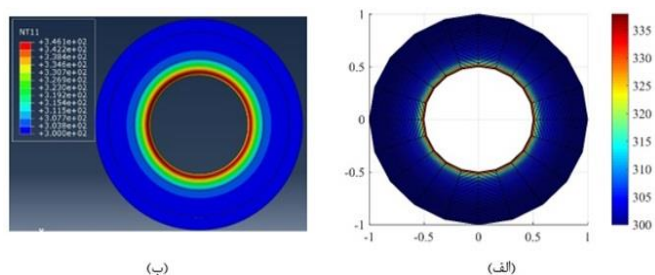
$$Q=400 \text{ w/m}^2, \theta=0^\circ$$



$$Q=800 \text{ w/m}^2, \theta=0^\circ$$



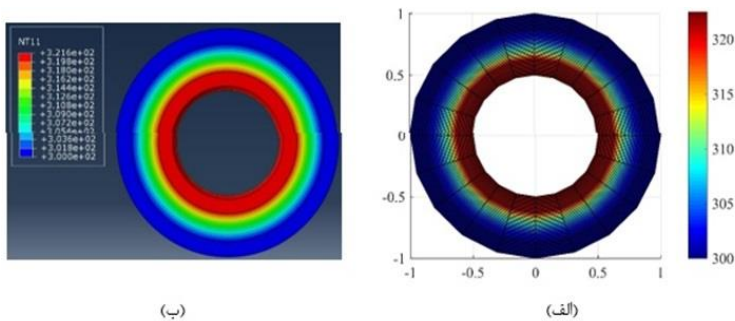
$$Q=1200 \text{ w/m}^2, \theta=0^\circ$$



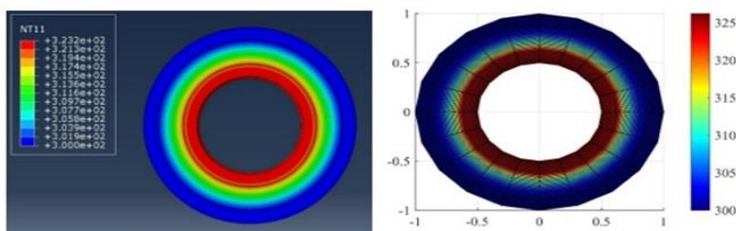
شکل ۶: کانتور توزیع دما در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای برای زاویه الیاف صفر درجه و شار حرارتی مختلف. (الف) کانتور رسم شده در نرم‌افزار متلب، (ب) کانتور رسم شده در نرم‌افزار آباکوس

شکل ۷ کانتورهای مربوط به توزیع دما در حالت شار حرارتی مختلف در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای و با زاویه الیاف ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. این کانتورها برای مقطع  $z=0.4$  رسم شده است. با توجه به شرایط مرزی در نظر گرفته‌شده ماکزیمم دما در سطح داخلی استوانه اتفاق می‌افتد. دما در شار حرارتی  $400 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۲۱ کلوین، همچنین در شار حرارتی  $800 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۳۲ کلوین و در شار حرارتی  $1200 \text{ w/m}^2$  در محدوده بین ۳۰۰ تا ۳۳۲ درجه کلوین تغییر می‌کند. همچنین با مشاهده نتایج به‌دست‌آمده از اشکال ۷ و ۸ دیده می‌شود که توزیع دما در حالت ۹۰ درجه پایین‌تر از حالتی است که زاویه الیاف صفر درجه است.

$$Q=400 \text{ w/m}^2 , \theta = 90^\circ$$

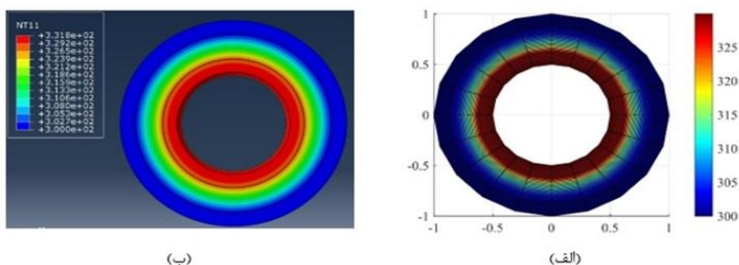


$$Q=800 \text{ w/m}^2 , \theta = 90^\circ$$



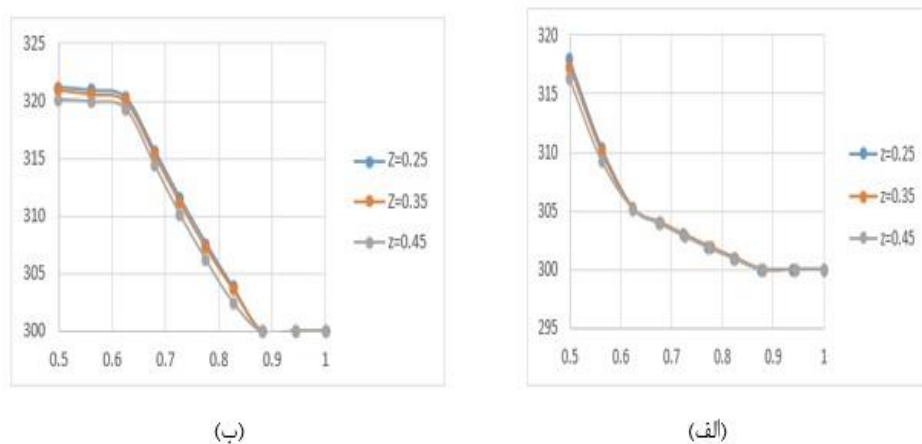


$$Q=1200 \text{ w/m}^2, \theta=90^\circ$$

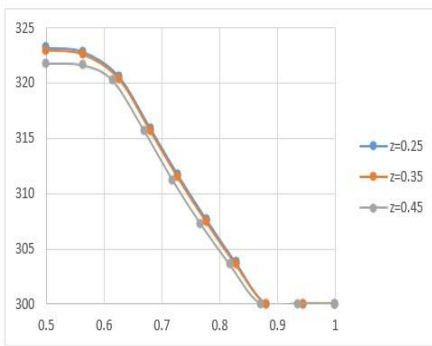


شکل ۷: کانتور توزیع دما در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای برای زاویه الیاف ۹۰ درجه و شار حرارتی مختلف. (الف) کانتور رسم شده در نرم‌افزار متلب (ب) کانتور رسم شده در نرم‌افزار آباکوس

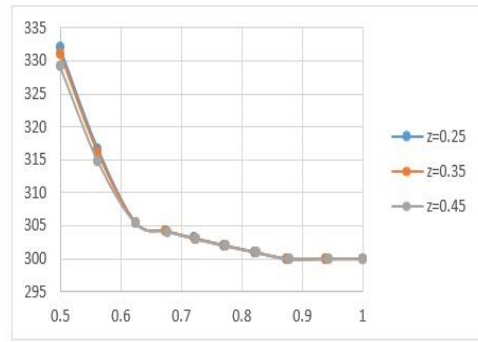
برای بررسی نحوه توزیع درجه حرارت، کانتورهای دما در حالت‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور توزیع درجه حرارت در استوانه به ازای انواع زاویه‌های الیاف، شارهای حرارتی و طول‌های مختلف استوانه پرداخته می‌شود بنابراین در مرحله بعد نمودار تغییر دما در مقادیر متفاوت Z در دو حالت صفر و ۹۰ درجه استخراج گردیده است (شکل‌های ۸ تا ۱۰).



شکل ۸: (الف) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=0^\circ$  و  $Q=400 \text{ w/m}^2$ . (ب) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=90^\circ$  و  $Q=400 \text{ w/m}^2$

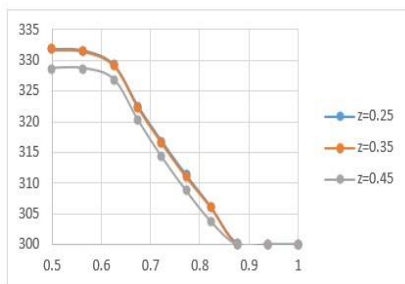


(ب)

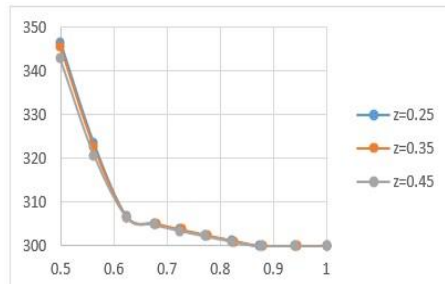


(الف)

شکل ۹: (الف) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=0^\circ$  و  $Q=800 \text{ w/m}^2$  (ب) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=90^\circ$  و  $Q=800 \text{ w/m}^2$



(ب)



(الف)

شکل ۱۰: (الف) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=0^\circ$  و  $Q=1200 \text{ w/m}^2$  (ب) توزیع دما بر حسب شعاع در  $\theta=90^\circ$  و  $Q=1200 \text{ w/m}^2$

### ۵-۱-۲ نتایج به دست آمده در نرم افزار متلب

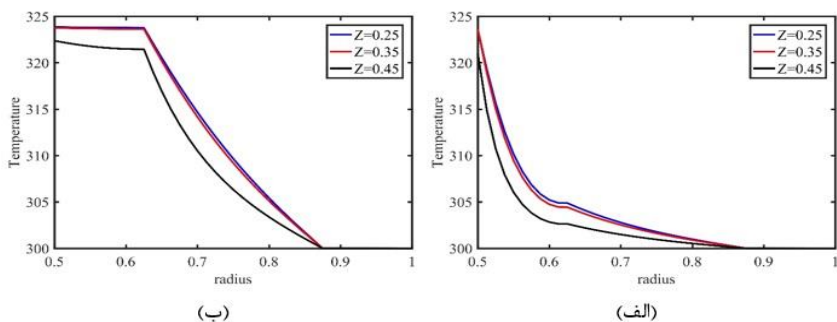
همان طور که به وضوح از شکل های ۱۱ الی ۱۳ قابل مشاهده است در حالتی که زاویه الیاف برابر ۹۰ درجه می باشد، توزیع درجه حرارت در راستای شعاعی به صورت یکنواخت تر می باشد و دما در راستای شعاع کاهش میابد؛ و بیشترین میزان دما در سطح داخلی استوانه اتفاق می افتد؛ اما در زاویه صفر درجه دارای این خصوصیت نمی باشد، که این قضیه در طراحی و استفاده از این نوع پانل های ساندویچی با توجه به نوع کاربرد آن و نوع نیاز باید کاملاً مورد توجه قرار گیرد. همچنان که در اول پژوهش اشاره به کاربرد این پانل در بدنه موشک ها شد، با توجه به استفاده موشک، مکان استفاده (از نظر اقلیمی) و مسافتی که موشک می پیماید بسیار به این فاکتور باید توجه نمود و

همچنین با توجه به اینکه موشک با سرعت زیاد در مسیر جریان هوا قرار گرفته و مسائلی مانند تعامل بین جامد و سیال ۳ و همچنین گرمایش ناشی از اصطکاک (به خاطر ویسکوزیته جریان هوا) ۴ در طی مسیر پیش خواهد آمد نحوه توزیع درجه حرارت در بدنه موشک بسیار حائز اهمیت می‌باشد و باید در طراحی اولیه حتماً این قضیه باید در نظر گرفته شود؛ بنابراین در موشک‌ها به دلایل ذکرشده احتمال افزایش زیاد درجه حرارت وجود دارد بنابراین استفاده از پانل ساندویچی به‌عنوان عایق حرارتی و در حالت ۹۰ درجه که میزان توزیع دما کمتر است مناسب‌تر می‌باشد. توزیع درجه حرارت از داخل استوانه تا خارج استوانه برای الیاف نود درجه تقریباً به‌صورت خطی بوده و به طور یکنواخت کاهش پیدا می‌کند اما برای الیاف صفر درجه این مسئله صادق نیست و درجه حرارت از سمت داخل به خارج به‌صورت ناگهانی کاهش می‌یابد. نتایجی که این نمودارها نشان می‌دهند برای طراحی سازه‌ها و همان موشک که بحث شد بسیار مهم و جالب‌توجه می‌باشد. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد موشک‌ها در طی مسیر خود به خاطر سرعت زیاد و اصطکاک هوا، درجه حرارت بدنه‌شان افزایش خواهد یافت که زیاد و کم بودن آن بسته به میزان سرعت و دمای اطراف و ... می‌باشد. در نتیجه برای کاهش تنش‌های حرارتی بر بدنه می‌توان با تنظیم جهت الیاف به‌طور مناسب در هر لایه تغییرات شدید دما را کاهش داد تا توزیع دما یکنواخت گردد. اگر از سازه مشابه با سازه این پژوهش در بدنه استفاده گردد با توجه به اینکه نتایج نشان می‌دهد در زاویه الیاف نود درجه توزیع دما یکنواخت‌تر می‌باشد از این حالت می‌توان برای طراحی بدنه بهره برد. در این پژوهش با توجه اینکه تقریباً یک حالت کلی برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شد و شرایط مرزی متغیر انتخاب نشد و نحوه توزیع شار حرارتی بسته به پارامتر خاصی نبوده و حالت کلی داشت در نتیجه از نتایج این تحقیق می‌توان برای طراحی این حالت و بیشتر حالت‌های مشابه در بدنه موشک در حالت‌های مختلف بارگذاری حرارتی استفاده نمود. با مقایسه نتایج به‌دست‌آمده در نرم‌افزارهای متلب و آباکوس می‌توان به صحت نتایج به‌دست‌آمده پی برد. این نتایج با کمترین اختلاف باهم به‌دست آمده‌اند.

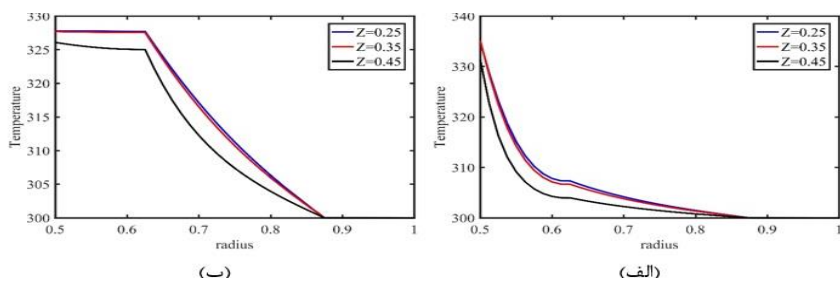
---

۳ Fluid-solid interaction

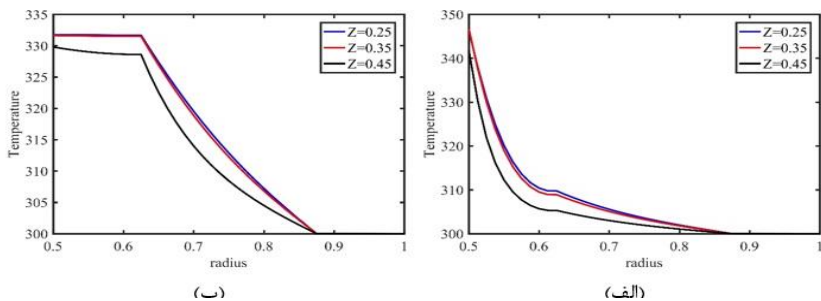
۴ Viscous heating



شکل ۱۱: توزیع دما بر حسب شعاع در  $Q = 400 \text{ w/m}^2$ : (الف)  $\theta = 0^\circ$  (ب)  $\theta = 90^\circ$



شکل ۱۲: توزیع دما بر حسب شعاع در  $Q = 800 \text{ w/m}^2$ : (الف)  $\theta = 0^\circ$  (ب)  $\theta = 90^\circ$



شکل ۱۳: توزیع دما بر حسب شعاع در  $Q = 1200 \text{ w/m}^2$ : (الف)  $\theta = 0^\circ$  (ب)  $\theta = 90^\circ$

### تشکر و قدردانی

از تمامی دانشجویان تحصیلات تکمیلی دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء(ص) که در این پژوهش به عنوان نمونه پژوهش حضور داشتند، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

### تعارض منافع

هیچ گونه تعارض منافع از سوی نویسندگان گزارش نشده است.

## ۶. نتیجه گیری

در این تحقیق یک حل تحلیلی و دقیق برای انتقال حرارت پایا در یک ساندویچ پانل استوانه‌ای کامپوزیتی که از جنس کربن اپوکسی و هسته فوم پلی یورتان تشکیل شده، ارائه گردیده است. انتقال حرارت متقارن محوری در جهت طولی و شعاعی ارائه شده است. همچنین جهت اطمینان از نتایج به دست آمده، حل به صورت تحلیلی (نرم افزار متلب) و با شبیه سازی (نرم افزار آباکوس) مورد بررسی قرار گرفته است. از مهم ترین نتایج به دست آمده از این تحقیق می توان به موارد زیر اشاره نمود:

در حالتی که زاویه الیاف برابر ۹۰ درجه می باشد توزیع درجه حرارت در راستای شعاعی، خطی و یکنواخت می باشد اما در زاویه صفر درجه دارای این خصوصیت نمی باشد.

نحوه توزیع درجه حرارت از داخل استوانه تا خارج استوانه برای الیاف نود درجه تقریباً به صورت خطی بوده و به طور یکنواخت کاهش پیدا می کند اما برای الیاف صفر درجه این مسئله صادق نیست و درجه حرارت از سمت داخل به خارج به صورت ناگهانی کاهش می یابد و همچنین اینکه در حالت الیاف نود درجه ماکزیمم دما در مقایسه با الیاف صفر درجه افزایش می یابد.

پارامتر دیگری که در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفت پارامتر دمای بی بعد می باشد که نمایانگر گرادیان دما می باشد. نتایج نشان می دهند که در زاویه الیاف صفر درجه دمای بی بعد ماکزیمم و وقتی که زاویه الیاف به نود درجه نزدیک می شود دمای بی بعد کاهش و در نود درجه مینیمم می شود.

در زاویه الیاف نود درجه توزیع دما در جهت شعاعی یکنواخت (گرادیان دمای کم) و در زاویه الیاف صفر درجه در مقایسه با الیاف نود درجه توزیع دما دارای یکنواختی کمتر (و این یعنی گرادیان دما بیشتر) می باشد. بنابراین گرادیان دما با افزایش زاویه الیاف از صفر تا نود کاهش می یابد.

## ۷. منابع

[1] M. H. Kayhani, M. Norouzi, and A. Amiri Delouei, "A general analytical solution for heat conduction in cylindrical multilayer composite laminates," International Journal of Thermal Sciences, Vol. 52, pp.73-82, 2012.

[2] B. Yang, S. Liu, "Closed-form analytical solutions of transient heat conduction in hollow composite cylinders with any number of layers," 2016.

[3] A. Azimi, S. Gholami, "Temperature distribution in a hollow cylinder composed of functionally graded material using non-Fourier fractional single phase lag model," 2014.

[4] A. A. Masoumi, G. H. Rahimi Sharbaf Moghadas, G.H. Liyaghat, "Transient heat transfer analysis in composite metal cylindrical vessel using the layerwise theory and differential quadrature method," 2017.

[5] A. Amiri Delouei, M. H. Kayhani, and M. Norouzi, "Exact analytical solution of unsteady axi-symmetric conductive heat transfer in cylindrical orthotropic composite laminates," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.55, No. 15-16, pp. 4427-4436, 2012.

[۶] قاجار رحمت اله، رصاف اکبر، " بررسی تجربی اثر شکل ضربه زننده و دما بر رفتار صفحات کامپوزیت شیشه/پوکسی در ضربات سرعت کم"، مجله مهندسی مکانیک مدرس، جلد ۱۴، شماره ۱۰، صفحات ۸-۱، ۱۳۹۳.

[۷] قدیربان حسین، قضاوی محمدرضا، خورشیدی کوروش، " تحلیل ارتعاشات و پایداری ورق‌های مرکب چندلایه تحت اثر رطوبت و دما"، مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، جلد ۶، شماره ۲، صفحات ۱۵۵-۱۶۶، ۱۳۹۵.

[۸] ملک‌زاده فرد کرامت، شکراللهی سعید، عیسی زاده ابراهیم، پور مؤید علیرضا، "تحلیل دینامیکی تیر خمیده‌ی ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر در شرایط دمایی پایا و تحت ضربه‌ی کم‌سرعت شعاعی"، مجله مهندسی مکانیک مدرس، جلد ۱۶، شماره ۹، صفحات ۱۱۳-۱۲۳، ۱۳۹۵.

[9] U. Jarfelt, and R. Olle, "Thermal conductivity of polyurethane foam-best performance," In 10th International Symposium on district heating and cooling, Vol. 12. Chalmers University of Technology Goteborg, Sweden, 2006.

[10] J. Yvonnet, Q. C. He, and C. Toulemonde, "Numerical modeling of the effective conductivities of composites with arbitrarily shaped inclusions and highly conducting interface," Composites Science and Technology, Vol. 68, No. 13, pp.2818-2825, 2008.

- [11] B.T. Johansson, and D. Lesnic, "A method of fundamental solutions for transient heat conduction in layered materials," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 33, pp. 1362-1367, 2009.
- [12] A. Haji-Sheikh, J. V. Beck, and D. Agonater, "Steady-state heat conduction in multi-layer bodies," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 2363-2379, 2003.
- [13] S. Singh, P. K. Jain, and R. uddin, "Analytical solution to transient heat conduction in polar coordinates with multiple layers in radial direction," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 261–273, 2008.
- [14] O. O. Onyejekwe, "Heat Conduction in composite media: a boundary integral approach," *Computer & Chemical Engineering*, Vol. 26, pp. 1621-1632, 2002.
- [15] M. N. Ozisik, "Heat conduction", Wiley, New York, pp. 203, 1993.
- [16] J. C. Halpin, "Primer on Composite Materials Analysis", CRC Press, pp. 134, 1992.
- [17] V. S Arpaci, "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1966