

ISSN: 2821-157X		https://www.jasd.khadu.ir	
	Journal of Aerospace Defense Volume 5 Issue 2 Summer 2026 P.P 63-106		
Research Paper; doi			
Robust Adaptive Integral Backstepping Control for Quadrotor UAV Stabilization Under Unknown Mass Uncertainty Ali Hosseini Lagha¹ 1. Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.			
Article Information		Abstract	
Accepted: 2026/07/14 Received: 2026/07/03 Keywords: Quadrotor UAV; Adaptive Control; Integrator Backstepping; Mass Uncertainty; Lyapunov Stability; Altitude and Attitude Stabilization	Abstract Introduction: Quadrotor unmanned aerial vehicles (UAVs) are highly nonlinear, underactuated, and strongly coupled systems whose performance is sensitive to physical parameter uncertainties. Among these uncertainties, mass variation is especially important because it directly affects the altitude dynamics, since the vertical acceleration depends on the ratio between the applied thrust and the vehicle mass. In practical missions, the quadrotor mass may change due to payload variation, battery replacement, mounted equipment, or modeling errors. Therefore, designing a stabilizing controller that does not require exact prior knowledge of the vehicle mass is essential for improving flight reliability and robustness. Methods: In this study, a nonlinear mathematical model of the quadrotor is first derived using the Newton–Euler formulation. The model includes translational and rotational dynamics and is represented in a twelve-state nonlinear state-space form. Then, a nominal integrator backstepping controller is designed for altitude and attitude stabilization under the assumption that all physical parameters are known. To handle unknown mass uncertainty, the nominal controller is extended into an adaptive integrator backstepping controller. Findings: Numerical simulations show that the proposed controller drives the quadrotor altitude and the roll, pitch, and yaw angles to their reference values with zero steady-state error and no overshoot in the attitude channels. Benchmarking against non-adaptive integrator backstepping, PID, MPC, and SMC under identical mass uncertainty shows that the proposed scheme, unlike its non-adaptive counterpart, eliminates the steady-state altitude error (final altitude of 0.998 m versus 0.626 m) and is the only controller that reconstructs the unknown and even time-varying mass online; under a +50% mass variation it is the only method that fully reaches the altitude reference (ITAE of 3.85 versus 17.43 for SMC). Conclusion: The proposed robust adaptive integrator backstepping controller provides an effective solution for quadrotor stabilization in the presence of unknown mass uncertainty. By combining Lyapunov-based adaptive estimation with integrator backstepping control, the method guarantees boundedness of closed-loop signals and improves robustness against mass variations, making it suitable for quadrotor applications involving payload changes or uncertain modeling conditions.		
Corresponding Author: Ali Hosseini Lagha Email: alihosseini@alumni.iut.ac.ir			
HOW TO CITE: Ali Hosseini Lagha. (2026). Robust Adaptive Integrator Backstepping Control for Quadrotor UAV Stabilization Under Unknown Mass Uncertainty. <i>Journal of Aerospace Defence</i> , Vol 4 (Issue 2), Pages 63-106.			



فصلنامه علمی دفاع هوافضایی

دوره ۵، شماره ۲
تابستان ۱۴۰۵
صفحات ۶۳-۱۰۶



مقاله پژوهشی؛

کنترل پس گام تطبیقی انتگرالی مقاوم برای پایداری سازی پهپاد کوادروتور تحت عدم قطعیت جرم ناشناخته

علی حسینی لقا^۱

۱. گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران رایانامه: alihosseini@alumni.iut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقدمه: پهپادهای کوادروتور به دلیل ساختار ساده، قابلیت برخاست و فرود عمودی، پرواز ایستا و مانورپذیری بالا، در کاربردهای مختلف نظامی و غیرنظامی مورد توجه قرار گرفته‌اند. با این حال، این سامانه‌ها دارای دینامیک غیرخطی، با تعداد عملگر کمتر از درجات آزادی، و به شدت کوپل شده هستند و عملکرد آن‌ها نسبت به عدم قطعیت‌های پارامتری حساس است. در میان این عدم قطعیت‌ها، جرم نقش مهمی دارد، زیرا مستقیماً در دینامیک ارتفاع و نسبت نیروی پیشران به جرم ظاهر می‌شود. تغییر بار محموله، خطاهای مدل‌سازی یا تغییر تجهیزات نصب‌شده می‌تواند باعث نامعلوم بودن جرم واقعی کوادروتور شود.

روش: در این پژوهش، ابتدا مدل ریاضی غیرخطی کوادروتور با استفاده از فرمول‌بندی نیوتن-اولر استخراج شده و به صورت مدل فضای حالت دوازده‌حالتی شامل دینامیک‌های انتقالی و دورانی بیان می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده پس‌گام مبتنی بر انتگرال‌گیر برای پایداری‌سازی ارتفاع و وضعیت طراحی می‌گردد. در ادامه، به منظور مقابله با جرم نامعلوم، کنترل‌کننده اسمی به یک کنترل‌کننده پس‌گام انتگرال‌گیر تطبیقی توسعه داده می‌شود.

یافته‌ها: نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد کنترل‌کننده پیشنهادی ارتفاع و زوایای غلت، فراز و سمت را بدون خطای ماندگار و بدون فرارجهش در کانال‌های وضعیت به مقادیر مرجع همگرا می‌کند. مقایسه با چهار کنترل‌کننده مرجع تحت عدم قطعیت جرم یکسان نشان می‌دهد روش پیشنهادی، برخلاف پس‌گام غیرتطبیقی، خطای ماندگار ارتفاع را حذف می‌کند (ارتفاع نهایی ۰/۹۹۸ در برابر ۰/۶۲۶ متر) و تنها روشی است که جرم نامعلوم و حتی متغیر با زمان را به صورت برخط بازسازی می‌نماید. در سناریوی افزایش ۵۰ درصدی جرم نیز تنها کنترل‌کننده‌ای است که ارتفاع را به طور کامل به مرجع می‌رساند.

نتیجه‌گیری: روش پیشنهادی با ترکیب کنترل پس‌گام انتگرال‌گیر و تخمین تطبیقی مبتنی بر لیاپانوف، راهکاری مؤثر برای پایداری‌سازی کوادروتور در حضور عدم قطعیت جرم فراهم می‌کند. این کنترل‌کننده ضمن تضمین پایداری حلقه‌بسته، مقاومت سامانه را در برابر تغییرات جرم افزایش داده و برای مأموریت‌هایی با بار محموله متغیر یا مدل‌سازی نامطمئن مناسب است.

تاریخ دریافت:

۱۴۰۵/۰۴/۱۲

تاریخ پذیرش:

۱۴۰۵/۰۴/۲۳

کلیدواژه‌ها:

کوادروتور،
کنترل تطبیقی،
کنترل پس‌گام انتگرال‌گیر،
عدم قطعیت جرم،
پایداری لیاپانوف،
پایداری‌سازی ارتفاع و وضعیت

نویسنده مسئول:

علی حسینی لقا

ایمیل:

alihosseini@alumni.iut.ac.ir

۳

استناد: علی حسینی لقا، (۱۴۰۵). کنترل پس‌گام تطبیقی انتگرالی مقاوم برای پایداری‌سازی پهپاد کوادروتور تحت عدم قطعیت جرم ناشناخته. مجله دفاع هوافضایی، دوره ۵ (شماره ۲)، صفحات ۶۳-۱۰۶.

۱- مقدمه

وسایل پرنده بدون سرنشین^۱ کوادروتور^۲، به دلیل ساختار مکانیکی ساده، قابلیت برخاست و فرود عمودی، توانایی پرواز ایستا^۳، و مانورپذیری بالا، به یکی از پرمطالعه‌ترین بسترها در رباتیک هوایی نوین تبدیل شده‌اند [۱]. این ویژگی‌ها موجب شده است که کوادروتورها برای طیف گسترده‌ای از کاربردهای غیرنظامی و نظامی از جمله پایش و مراقبت، تصویربرداری هوایی، عملیات جست‌وجو و نجات، پایش ترافیک، اطفای حریق، بازرسی‌های زیست‌محیطی و نقشه‌برداری بسیار مناسب باشند [۲]. در مقایسه با وسایل پرنده بدون سرنشین بال ثابت، کوادروتورها برای برخاست و فرود به فضای محدودی نیاز دارند و قادرند در محیط‌های محدود، بسته یا خطرناک عملیات انجام دهند، موضوعی که اهمیت عملی آن‌ها را در مأموریت‌های پرواز خودکار بیش از پیش افزایش داده است [۳]. با وجود مزایای مذکور، طراحی یک سامانه کنترل مؤثر برای وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور همچنان یک مسئله چالش‌برانگیز محسوب می‌شود. کوادروتور یک سامانه مکانیکی کم‌عملگر^۴ با شش درجه آزادی و تنها چهار ورودی کنترلی مستقل است که این امر موجب ایجاد کوپلینگ^۵ شدید میان حرکات انتقالی و دورانی می‌شود [۴] و [۵]. افزون بر این، دینامیک این سامانه به شدت غیرخطی بوده و نسبت به آثار آیرودینامیکی، ممان‌های ژيروسکوپی، محدودیت‌های عملگرها، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت^۶ در پارامترهای فیزیکی نظیر جرم و ممان‌های اینرسی حساس است [۶]. به‌طور خاص، تغییرات جرم ناشی از تغییر بار محموله یا خطاهای مدل‌سازی می‌تواند عملکرد پایدارسازی ارتفاع و وضعیت را به‌طور قابل توجهی تضعیف کند. از این‌رو، به‌کارگیری روش‌های کنترلی غیرخطی و تطبیقی پیشرفته برای تضمین رفتار پروازی پایدار، دقیق و مقاوم در شرایط عملیاتی واقعی ضروری است.

در این راستا، مقاله حاضر یک کنترل‌کننده پس‌گام انتگرال‌گیر تطبیقی^۷ برای پایدارسازی ارتفاع و وضعیت وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور در حضور جرم نامعلوم پیشنهاد می‌کند که در آن، جرم به‌صورت برخط و از طریق یک قانون تطبیق مبتنی بر تحلیل پایداری لیاپانوف تخمین زده می‌شود. ادامه این مقاله به‌صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش ۲، پیشینه تحقیق مرور شده و شکاف‌های تحقیقاتی و نوآوری‌های مقاله ارائه می‌گردد. در بخش ۳، مدل ریاضی غیرخطی وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور بر اساس فرمول‌بندی نیوتن-اوایلر^۸، همراه با نمایش فضای حالت مورد استفاده برای طراحی کنترل‌کننده، ارائه می‌شود. در بخش ۴، ابتدا کنترل پس‌گام انتگرال‌گیر اسمی برای پایدارسازی ارتفاع و وضعیت در حالتی که پارامترهای کوادروتور معلوم هستند، تشریح

¹ Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)

² Quadrotor

³ Hovering

⁴ Underactuated

⁵ Coupling

⁶ Uncertainty

⁷ Adaptive

⁸ Newton-Euler Formulation

می‌گردد و سپس کنترل‌کننده پس‌گام انتگرال‌گیر تطبیقی برای حالت جرم نامعلوم کوادروتور توسعه داده می‌شود که شامل قانون تطبیق مبتنی بر لیاپانوف و تحلیل پایداری است. در بخش ۵، عملکرد روش پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی‌های عددی ارزیابی شده و نتایج مربوط به ارتفاع، وضعیت و تخمین جرم مورد بحث قرار می‌گیرد، همچنین مقایسه‌ای جامع با چهار کنترل‌کننده مرجع شامل پس‌گام غیرتطبیقی، PID، مدل پیش‌بین^۱ و مد لغزشی^۲ انجام شده و مقاومت روش در برابر تغییر بهره تطبیق، خطای اولیه تخمین، تغییرات $\pm 50\%$ درصدی جرم، نویز اندازه‌گیری، اغتشاش تندباد و رهاسازی بار ارزیابی می‌گردد. در نهایت، بخش ۶ به جمع‌بندی مقاله و ارائه مسیرهای پیشنهادی برای پژوهش‌های آینده اختصاص دارد.

۲- پیشینه تحقیق و شکاف‌های تحقیقاتی

۲-۱- پیشینه تحقیق

مطالعات متعددی به مدل‌سازی و کنترل وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور، به دلیل دینامیک غیرخطی، کوپل‌شده و کم‌عملگر آن‌ها، پرداخته‌اند. روش‌های کنترل خطی و کلاسیک از نخستین و پرکاربردترین رویکردها در این زمینه بوده‌اند که علت اصلی آن سادگی و سهولت پیاده‌سازی آن‌ها است. در [۷]، کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر^۳ و کنترل‌کننده خطی درجه دو^۴ برای پایداری سازی یک ریزکوادروتور داخل ساختمان توسعه داده شده و عملکرد هر دو کنترل‌کننده به صورت مقایسه‌ای ارزیابی شده است. در [۸]، یک طرح پایداری سازی وضعیت مبتنی بر کواترنیون^۵ با ساختار PD ارائه و به صورت تجربی اعتبارسنجی شده که به یکی از مراجع کلاسیک کنترل وضعیت کوادروتور تبدیل شده است. با این حال، همان‌گونه که مطالعه نظری-تجربی [۹] نشان می‌دهد، اثرهای آیرودینامیکی نظیر فلپینگ پره^۶ و تغییرات نیروی رانش در خارج از شرایط پرواز ایستا چشمگیرند و کارایی کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مدل‌های خطی‌سازی شده حول نقطه کار را به یک ناحیه عملیاتی محدود منحصر می‌کنند. در چارچوب روش‌های مدل‌محور بهینه، کنترل پیش‌بین مدل نیز برای وضعیت، ارتفاع و موقعیت کوادروتور با لحاظ قیود عملگر و اغتشاش باد به صورت تجربی پیاده‌سازی شده است [۱۰]، با این حال، کیفیت عملکرد این دسته از روش‌ها به دقت مدل پیش‌بینی و صحت پارامترهای آن وابسته است. برای غلبه بر این محدودیت‌ها، روش‌های کنترل غیرخطی به طور فزاینده‌ای مورد توجه قرار گرفته‌اند. در [۱۱]، یک کنترل‌کننده خطی‌سازی پس‌خوردی^۷ همراه با بسط دینامیکی برای کنترل کوادروتور پیشنهاد شده است که دینامیک غیرخطی سامانه را به یک فرم خطی معادل تبدیل کرده و عملکرد ردیابی را بهبود می‌بخشد. با این حال، مقایسه انجام‌شده در [۱۲] میان

¹ Model Predictive Control (MPC)

² Sliding Mode Control (SMC)

³ Proportional-Integral-Derivative (PID)

⁴ Linear Quadratic Regulator

⁵ Quaternion

⁶ Blade Flapping

⁷ Feedback Linearization

خطی‌سازی پس‌خوردی و کنترل مد لغزشی تطبیقی نشان می‌دهد که خطی‌سازی پس‌خوردی به شناخت دقیق مدل نیازمند بوده و نسبت به عدم‌قطعیت پارامتری و نویز حسگر حساس است. برای دستیابی هم‌زمان به عملکرد ردیابی و مقاومت، در [۱۳] یک ساختار ترکیبی پیش‌بین انتگرالی غیرخطی ارائه شده که مقاومت در برابر اغتشاشات آیرودینامیکی و عدم‌قطعیت پارامتری را تضمین می‌کند. همچنین در [۱۴]، یک کنترل‌کننده غیرخطی ردیابی نقطه به‌صورت تجربی بر روی یک وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور پیاده‌سازی شده و اهمیت طراحی کنترل غیرخطی در کاربردهای عملی پرواز نشان داده شده است.

کنترل مد لغزشی نیز به دلیل مقاومت بالای خود در برابر اغتشاشات و تغییرات پارامتری، به‌طور گسترده در وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور به‌کار گرفته شده است. در [۱۵]، یک کنترل‌کننده مد لغزشی برای کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور طراحی شده است که در مقایسه با کنترل‌کننده‌های خطی متداول، مقاومت بهتری را نشان می‌دهد. مزیت اصلی کنترل مد لغزشی، چنان‌که در [۱۶] برای دسته‌ای از سامانه‌های کم‌عملگر نشان داده شده، توانایی آن در واداشتن مسیرهای سامانه به حرکت بر روی یک سطح لغزش^۱ از پیش تعریف‌شده و حفظ دینامیک مطلوب علی‌رغم وجود عدم‌قطعیت‌های کراندار است. با این‌وجود، ماهیت ناپیوسته کنترل سوئیچینگ^۲ می‌تواند پدیده چترینگ را ایجاد کند که ممکن است دینامیک عملگرها را تحریک کرده، مصرف انرژی را افزایش داده و قابلیت کاربرد عملی را کاهش دهد. برای رفع این مشکل و کاهش وابستگی به کران‌های عدم‌قطعیت، طرح‌های اصلاح‌شده مختلفی پیشنهاد شده‌اند؛ برای نمونه، در [۱۷] یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی با همگرایی زمان-محدود ارائه شده که در آن بهره‌های سوئیچینگ به‌صورت برخط تنظیم می‌شوند و نیاز به دانستن کران عدم‌قطعیت‌های پارامتری از پیش برطرف می‌گردد. پژوهشگران در سال‌های اخیر با ترکیب ساختار بازگشتی پس‌گام و کنترل مد لغزشی، روش‌های جدیدی برای بهبود عملکرد کنترل‌کننده‌ها در کوادروتورها ارائه داده‌اند، در [۱۸]، هر دو تکنیک پس‌گام و مد لغزشی بر روی یک ریزکوادروتور داخل ساختمان پیاده‌سازی و مقایسه شده‌اند؛ در [۱۹]، یک کنترل‌کننده پس‌گام تطبیقی مقاوم مبتنی بر مد لغزشی ترمینال سریع برای کوادروتور نامطمئن تحت اغتشاش طراحی شده است. در [۲۰]، ترکیب پس‌گام تطبیقی و مد لغزشی به‌گونه‌ای صورت‌بندی شده که ساختار بازگشتی پس‌گام همراه با مقاومت مد لغزشی مورد استفاده قرار گیرد. با وجود این، روش‌های مبتنی بر مد لغزشی اغلب شامل بهره‌های کنترلی بالا هستند که برای عملگرهای وسایل پرنده بدون سرنشین مطلوب نیست.

کنترل پس‌گام به دلیل فراهم کردن یک روش طراحی بازگشتی نظام‌مند مبتنی بر لیاپانوف برای سامانه‌های غیرخطی با ساختار آشاری، توجه قابل توجهی را در کنترل کوادروتورها به خود جلب کرده است. در [۲۱]، یک کنترل‌کننده پس‌گام برای پایدارسازی پهپاد پیشنهاد شده است که در آن

¹ Sliding (Surface) Surface

² Chattering

قوانین کنترل مجازی^۱ به صورت گام به گام برای پایداری سازی دینامیک های ارتفاع و وضعیت معرفی می شوند. این روش به ویژه برای کوادروتورها مناسب است، زیرا دینامیک آن ها را می توان به زیرسامانه های به هم پیوسته شامل موقعیت، سرعت، وضعیت و سرعت زاویه ای تجزیه کرد. همچنین، برخلاف روش های خطی، ساختار غیرخطی سامانه حفظ شده و از طریق نظریه لیاپانوف اثبات پایداری دقیقی به دست می آید. توسعه مهمی از این رویکرد، افزودن انتگرال گیر به ساختار پس گام است که در [۲۲] برای کنترل کامل وضعیت، ارتفاع و موقعیت یک کوادروتور معرفی و به صورت تجربی ارزیابی شده و مبنای رویکرد پس گام انتگرال گیر مقاله حاضر به شمار می رود. همچنین برای رفع مشکل رشد پیچیدگی مشتق گیری تحلیلی از کنترل های مجازی، طرح پس گام با جبران سازی فیلتر-فرمان برای ردیابی مسیر کوادروتور ارائه شده است، و در [۲۳] یک ساختار پس گام بهبود یافته با انتخاب بهینه بهره ها به کمک الگوریتم ازدحام ذرات توسعه یافته^۲ است. با این حال، کنترل کننده های پس گام متداول معمولاً نیازمند شناخت دقیق پارامترهای فیزیکی نظیر جرم، ممان های اینرسی، ضرایب آیرودینامیکی و ثابت های نیروی پیشران هستند، نیازمندی ای که عملکرد عملی آن ها را در حضور عدم قطعیت های پارامتری یا تغییرات بار محموله محدود می سازد.

روش های کنترل تطبیقی برای غلبه بر وابستگی کنترل کننده های غیرخطی به پارامترهای دقیق سامانه معرفی شده اند. ایده اصلی کنترل تطبیقی، تخمین برخط پارامترهای نامعلوم و به روز رسانی هم زمان قانون کنترل بر اساس این تخمین ها است، مبنای نظری این رویکرد و چارچوب طراحی هم زمان قانون کنترل و قانون تطبیق برای تضمین پایداری حلقه بسته در مراجع بنیادی [۲۴] و [۲۵] ارائه شده است. این مفهوم برای وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور از اهمیت ویژه ای برخوردار است، زیرا پارامترهای فیزیکی آن ها ممکن است در طول عملیات به دلیل تغییرات بار محموله، تغییرات باتری، خطاهای شناسایی یا اثرات محیطی تغییر کنند. در [۲۶]، یک مطالعه طراحی-مقایسه ای از کنترل تطبیقی مدل-مرجع برای کوادروتور همراه با ارزیابی های پروازی ارائه شده و نشان داده است که سازوکار تطبیق، تحمل پذیری در برابر خطای پارامترها و خرابی جزئی عملکرد را به طور محسوسی بهبود می دهد.

در میان رویکردهای غیرخطی تطبیقی، کنترل پس گام تطبیقی به ویژه برای وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور مناسب و کاربردی است، زیرا طراحی بازگشتی مبتنی بر لیاپانوف را با تخمین برخط پارامترها ترکیب می کند. در [۲۷]، یک طرح ردیابی تطبیقی مقاوم غیرخطی مبتنی بر روش فروبری و ناوردایی برای کوادروتور ارائه شده که برخلاف رویکردهای متعارف مبتنی بر هم ارزی قطعیت^۳، پایداری را از مسیر ساخت منیفلد ناوردا تضمین می کند. این مطالعات نشان می دهند که روش پس گام را می توان با افزودن جملات تطبیقی و مقاوم به طور مؤثر به دینامیک های نامطمئن وسایل پرنده بدون سرنشین تعمیم داد.

¹ Virtual Control

² Particle Swarm Compensation

³ Certainty Equivalence

۲-۲- شکاف‌های تحقیقاتی و نوآوری مقاله

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در زمینه کنترل غیرخطی و تطبیقی وسایل پرنده بدون سرنشین کوادروتور، بررسی ادبیات موجود نشان می‌دهد که بخش عمده‌ای از پژوهش‌های پیشین عمدتاً بر جبران عدم قطعیت‌های کلی، دفع اغتشاشات خارجی، کاهش اثر دینامیک‌های مدل نشده و بهبود عملکرد رهگیری مسیر متمرکز بوده‌اند. در بسیاری از این مطالعات، عدم قطعیت‌های پارامتری به صورت کلی در نظر گرفته شده و یا از روش‌هایی نظیر کنترل مقاوم، کنترل مد لغزشی، شبکه‌های عصبی و سامانه‌های فازی برای جبران آن‌ها استفاده شده است. اگرچه این رویکردها می‌توانند عملکرد مناسبی در برابر دسته وسیعی از عدم قطعیت‌ها ارائه دهند، اما اغلب با افزایش پیچیدگی محاسباتی، نیاز به تنظیم پارامترهای متعدد، بهره‌های کنترلی بالا یا فرض دانستن کران عدم قطعیت‌ها همراه هستند.

از سوی دیگر، مسئله عدم قطعیت جرم کوادروتور به عنوان یک پارامتر فیزیکی مهم و اثرگذار بر دینامیک ارتفاع، کمتر به صورت مستقل و صریح مورد توجه قرار گرفته است. این موضوع از اهمیت عملی بالایی برخوردار است، زیرا جرم وسیله پرنده ممکن است در مأموریت‌های واقعی به دلیل تغییر بار محموله، نصب یا حذف تجهیزات جانبی، تغییرات باتری و خطاهای مدل‌سازی به طور دقیق معلوم نباشد. از آنجا که جرم به طور مستقیم در نسبت نیروی پیشران به جرم ظاهر می‌شود، هرگونه خطا در مقدار آن می‌تواند موجب افت کیفیت پاسخ ارتفاع، افزایش خطای ماندگار، افزایش تلاش کنترلی و حتی اشباع عملگرها شود. بنابراین، تمرکز مستقل بر تخمین و جبران عدم قطعیت جرم می‌تواند یک گام مهم در جهت افزایش قابلیت اطمینان و کاربردپذیری عملی کنترل‌کننده‌های کوادروتور باشد.

با انگیزه از مطالعات فوق، این مقاله بر کنترل پس‌گام انتگرال‌گیر تطبیقی برای پایداری و وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور در حضور جرم نامعلوم تمرکز دارد. برخلاف روش‌های مرسوم پس‌گام انتگرال‌گیر که در آن‌ها فرض می‌شود تمامی پارامترهای فیزیکی معلوم هستند، رویکرد پیشنهادی جرم نامعلوم را با یک تخمین برخط جایگزین کرده و قانون تطبیق را از تحلیل پایداری لیاپانوف استخراج می‌کند. این امر به کنترل‌کننده امکان می‌دهد تا ضمن حفظ ساختار پایداری ساز روش پس‌گام، عدم قطعیت جرم را نیز جبران کند. روش پیشنهادی به‌ویژه برای کوادروتورهایی مناسب است که با تغییرات بار محموله یا داده‌های مدل‌سازی نامطمئن کار می‌کنند؛ شرایطی که در آن‌ها آگاهی دقیق از جرم پیش از انجام مأموریت تضمین شده نیست.

مهم‌ترین نوآوری‌ها و دستاوردهای این پژوهش به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

۱- یک مدل ریاضی غیرخطی کامل از وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور با استفاده از فرمول‌بندی نیوتن-اولر استخراج می‌شود. این مدل شامل دینامیک‌های انتقالی و دورانی بوده و در قالب یک نمایش فضای حالت غیرخطی دوازده‌حالتی، مناسب برای طراحی کنترلی ارتفاع و وضعیت، بیان می‌شود.

۲- یک کنترل‌کننده پس‌گام انتگرال‌گیر برای پایداری ارتفاع و وضعیت کوادروتور تحت این فرض که تمامی پارامترهای فیزیکی معلوم هستند، طراحی می‌شود.

- ۳- برای حالت عملی که در آن جرم کوادروتور نامعلوم است، یک کنترل کننده پس گام انتگرال گیر تطبیقی طراحی می شود. برخلاف کنترل کننده پس گام متداول، روش پیشنهادی جرم واقعی را با یک تخمین برخط جایگزین می کند و از این طریق امکان پیاده سازی قانون کنترل را بدون نیاز به آگاهی قبلی دقیق از جرم فراهم می سازد .
- ۴- یک قانون تطبیق جرم مبتنی بر لیپانوف برای تضمین پایداری حلقه بسته در حضور عدم قطعیت جرم استخراج می شود. سازوکار تطبیقی پیشنهادی کرانداري تمامی سیگنال های حلقه بسته^۱ و همگرایی خطاهای پایداری ارتفاع را بدون نیاز به جبران سازی با بهره بالا^۲ تضمین می کند. برای ارائه روشن تر تمایز روش پیشنهادی با رویکردهای موجود، مقایسه ای کیفی میان ویژگی های کلیدی این روش ها در جدول ۱ ارائه شده است.
- ۵- عملکرد روش پیشنهادی در برابر چهار کنترل کننده مرجع (پس گام غیر تطبیقی، PID، MPC و SMC) در شش سناریوی غیراسمی به صورت کمی ارزیابی و مقایسه می شود.

¹ Closed-Loop Signals Boundedness

² High-Gain Compensation

جدول ۱: مقایسه کیفی روش پیشنهادی با روش‌های موجود

ویژگی	Proposed Method ⊕	Conventional Backstepping	Robust Backstepping	PID	MPC	SMC
نیاز به دانستن جرم دقیق	×	□	×	×	□	×
تخمین برخط پارامتر نامعلوم	□	×	×	×	×	×
سازگاری با جرم متغیر با زمان	□	×	محدود	×	×	محدود
مقاومت در برابر عدم قطعیت	بالا	پایین	بالا	متوسط	متوسط	بالا
چترینگ سیگنال کنترلی	×	×	×	×	×	□
نیاز به مدل دقیق سامانه	متوسط	بالا	بالا	ندارد	بالا	متوسط
پایداری لیاپانوف	□	□	□	×	×	□

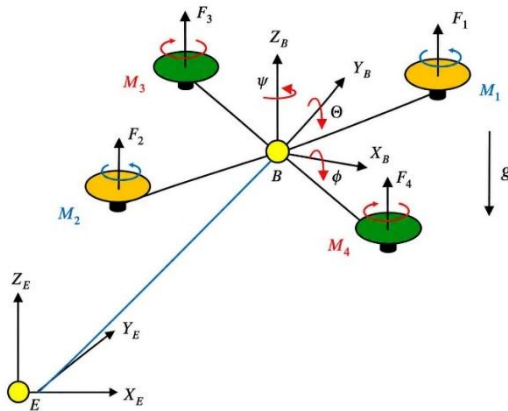
همان‌گونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، وجه تمایز اصلی روش پیشنهادی نسبت به سایر رویکردها، قابلیت تخمین برخط جرم است، ویژگی‌ای که در هیچ‌یک از روش‌های دیگر وجود ندارد. روش پس‌گام معمولی به دانستن مقدار دقیق جرم وابسته است و در صورت عدم قطعیت، دچار خطا می‌شود. کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و پس‌گام مقاوم، اگرچه در برابر عدم قطعیت مقاوم‌اند، این عدم قطعیت را تنها دفع می‌کنند و قادر به بازسازی مقدار واقعی پارامتر یا سازگاری با تغییرات آن نیستند. افزون بر این، کنترل‌کننده مد لغزشی به پدیده چترینگ در سیگنال کنترلی دچار است. کنترل‌کننده کلاسیک PID مستقل از مدل^۱ است اما فاقد تضمین پایداری و مقاومت کافی در برابر

^۱ Model-Free

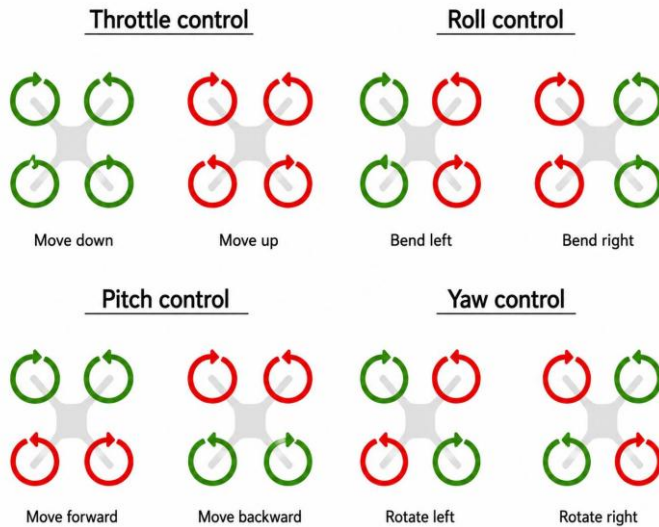
عدم قطعیت‌های بزرگ است، و کنترل‌کننده پیش‌بین مدل نیز به مدل دقیق سامانه و مقدار پارامترها وابسته است. در مقابل، روش پیشنهادی با ترکیب ساختار پس‌گام و قانون تطبیق مبتنی بر لیاپانوف، هم پایداری اثبات شده دارد و هم می‌تواند جرم نامعلوم و متغیر با زمان را به صورت برخط بازسازی کند. این ویژگی، روش پیشنهادی را به‌ویژه برای کاربردهایی مانند حمل و رهاسازی محموله که در آن‌ها جرم در حین پرواز تغییر می‌کند، مناسب می‌سازد.

۳- مدل سازی ریاضی

به منظور ساده سازی نمایش مدل، دستگاه مختصات اینرسی جهانی به صورت $I\{x, y, z\}$ تعریف می‌شود که در آن مؤلفه‌های متناظر نیروی خارجی وارد بر کوادروتور به ترتیب با F_x ، F_y و F_z نشان داده می‌شوند. همچنین، دستگاه مختصات متصل به بدنه وسیله پرنده بدون سرنشین به صورت $O\{t, n, m\}$ در نظر گرفته می‌شود که در آن نیروهای اعمال شده در امتداد هر یک از محورهای اصلی بدنه به ترتیب با F_t ، F_n و F_m نمایش داده می‌شوند. رابطه تبدیل میان این دو دستگاه مختصات و مؤلفه‌های متناظر نیرو در شکل ۱ نمایش داده شده است. پیش از پرداختن به معادلات دینامیکی، لازم است اصول اولیه ایجاد حرکت در کوادروتور به اختصار بیان شود. کوادروتور بر اساس تغییر گشتاورها و نیروهای پیشران تولید شده توسط چهار روتور خود عمل می‌کند. هر روتور معمولاً از یک موتور جریان مستقیم بدون جاروبک و یک پره با گام ثابت تشکیل شده است و روتورها به صورت دو جفت آرایش یافته‌اند، به گونه‌ای که روتورهای هر جفت در جهت مخالف جفت دیگر دوران می‌کنند. با کنترل گشتاور هر روتور و بهره‌گیری از گشتاورهای واکنشی متقابل میان جفت‌ها، چهار حرکت اصلی رانش (پرواز ایستا)، رول، پیچ و یاو ایجاد می‌شود. در حرکت رانش، تمامی روتورها با سرعت دورانی یکسان و بالا کار می‌کنند و نیروی پیشران حاصل، کوادروتور را به سمت بالا می‌برد، کاهش سرعت روتورها نیز موجب حرکت رو به پایین می‌شود. حرکت افقی از طریق ایجاد رول یا پیچ حاصل می‌گردد. در حرکت رول، اختلاف نیروی پیشران میان جفت روتورهای چپ و راست موجب خمش کوادروتور در یک راستا می‌شود، و در حرکت پیچ، افزایش سرعت روتورهای عقب نسبت به روتورهای جلو حرکت رو به جلو (و حالت معکوس، حرکت رو به عقب) را ایجاد می‌کند. در نهایت، حرکت یاو با تغییر سرعت جفت‌های روتور و ایجاد یک گشتاور واکنشی برآیند غیر صفر به دست می‌آید. این حرکات مختلف وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۱: هندسه و دستگاه‌های مختصات کوادروتور



شکل ۲: حرکات مختلف وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور

در این پژوهش، به منظور ساده‌سازی مدل‌سازی دینامیکی وسیله پرنده بدون سرنشین کوادروتور، چند فرض استاندارد در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا ساختار کوادروتور صلب و متقارن فرض شده و مرکز جرم آن با مبدأ دستگاه مختصات متصل به بدنه منطبق در نظر گرفته می‌شود. همچنین، نیروی پیشران و نیروی پسای تولیدشده توسط هر موتور متناسب با مربع سرعت زاویه‌ای همان موتور فرض می‌گردد. افزون بر آن، ملخ‌ها به صورت صلب در نظر گرفته شده و اثر خمش یا نوسان پره‌ها نادیده گرفته می‌شود. علاوه بر این، زمین تخت و غیرچرخان فرض شده و اثر زمین در دینامیک پرواز کوادروتور لحاظ نمی‌گردد.

وضعیت دستگاه بدنه O_{nm} نسبت به دستگاه اینرسی I_{xyz} با سه زاویهٔ اولیر توصیف می‌شود: زاویهٔ رول ϕ متناظر با دوران حول محور t ، زاویهٔ پیچ θ متناظر با دوران حول محور n ، و زاویهٔ یاو ψ متناظر با دوران

حول محور m است. ماتریس دوران کلی میان این دو دستگاه از ترکیب سه دوران مقدماتی متناظر با این زوایا به دست می آید. دوران حول محور t متناظر با زاویه رول ϕ است و ماتریس دوران متناظر از محور t در دستگاه مختصات O_{tnm} به محور x در دستگاه مختصات I_{xyz} را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (۱)$$

به طور مشابه، دوران حول محور n متناظر با زاویه پیچ θ است که ماتریس تبدیل آن از محور n در دستگاه مختصات O_{tnm} به محور y در دستگاه مختصات I_{xyz} به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (۲)$$

در حالی که زاویه یاو ψ ، که متناظر با دوران حول محور m است، ماتریس تبدیل زیر را نتیجه می دهد:

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

با ترکیب روابط (۱) تا (۳)، ماتریس دوران کلی که بردارها را از دستگاه مختصات متصل به بدنه O_{tnm} به دستگاه مختصات اینرسی I_{xyz} تبدیل می کند، به صورت زیر به دست می آید:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (۴)$$

با استفاده از ماتریس تبدیل R ، نیروی پیشران کل تولید شده در دستگاه مختصات بدنه $F_O = [F_t, F_n, F]^T$ را می توان از طریق رابطه زیر به دستگاه مختصات اینرسی $F_O = [F_t, F_n, F]^T$ نگاشت:

$$F_I = RF_O = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

که در آن، هر روتور نیروی رانش رو به بالا برابر با $F_i = \lambda \omega_i^2$ به طوری که $i = 1, 2, 3, 4$ ، تولید می کند؛ در این رابطه، λ ضریب رانش و ω_i سرعت زاویه ای روتور i ام است. بر اساس قانون دوم

نیوتن، حرکت انتقالی کوادروتور در دستگاه مختصات لخت را می‌توان به صورت زیر فرمول‌بندی کرد:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{u_1}{m}(\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\sin\theta\cos\phi) - \frac{k_x}{m}\dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{u_1}{m}(\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi) - \frac{k_y}{m}\dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{u_1}{m}(\cos\theta\cos\phi) - g - \frac{k_z}{m}\dot{z} \end{cases} \quad (6)$$

که در آن، m جرم کل کوادروتور، g ثابت گرانش، k_x ، k_y و k_z ضرایب پسای آیرودینامیکی را نشان می‌دهند. بر اساس معادلات اوایلر برای دوران جسم صلب، دینامیک وضعیت کوادروتور را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta}\dot{\psi} - \frac{J_r}{I_x} \omega_T \dot{\theta} - \frac{k_\phi}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 + d_\phi \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi}\dot{\psi} - \frac{J_r}{I_y} \omega_T \dot{\phi} - \frac{k_\theta}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 + d_\theta \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta}\dot{\phi} - \frac{k_\psi}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{l}{I_z} u_4 + d_\psi \end{cases} \quad (7)$$

که در آن، I_x ، I_y و I_z ممان‌های اصلی اینرسی، J_r اینرسی دورانی روتور، ω_T سرعت زاویه‌ای برآیند معادل روتورها، k_ϕ ، k_θ و k_ψ ضرایب ژيروسکوپی، l فاصله هر موتور تا مرکز کوادروتور، و d_ϕ ، d_θ و d_ψ اغتشاشات کران‌دار وارد بر هر یک از حرکات دورانی را نشان می‌دهند. نمایش فضای حالت مدل به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= (\sin x_7 \sin x_{11} + \cos x_{11} \cos x_7 \sin x_9) \frac{U_1}{m} - \frac{kx}{m} x_2 |x_2| \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (\cos x_7 \sin x_9 \sin x_{11} - \cos x_{11} \sin x_7) \frac{U_1}{m} - \frac{ky}{m} x_4 |x_4| \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= -g + (\cos x_7 \cos x_9) \frac{U_1}{m} - \frac{ky}{m} x_6 |x_6| \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{J_y - J_z}{J_x} x_{10} x_{12} - \frac{J_r}{J_x} \omega x_{10} - \frac{k_\phi}{J_x} x_8^2 + \frac{1}{J_x} U_2 \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \frac{J_y - J_x}{J_y} x_{12} x_8 - \frac{J_r}{J_y} \omega x_8 - \frac{k_\theta}{J_y} x_{10}^2 + \frac{1}{J_y} U_3 \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
x_{12} &= \frac{J_x - J_y}{J_z} x_8 x_{10} - \frac{k_\theta}{J_z} x_{12}^2 + \frac{1}{J_z} U_4
\end{aligned} \tag{۸}$$

۴- طراحی کنترل کننده

هدف این بخش، طراحی کنترل کننده پس گام مبتنی بر انتگرال گیر به منظور پایدارسازی ارتفاع و وضعیت کوادروتور است.

۴-۱- ارائه روش پس گام مبتنی بر انتگرال گیر

یک حالت خاص از روش پس گام، موسوم به پس گام مبتنی بر انتگرال گیر، را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \tag{۹}$$

که در آن، η و ξ حالت های با مقدار حقیقی و u ورودی کنترل هستند. توابع f و g هموار و پیوسته در نظر گرفته می شوند. با فرض $f(0)=0$ ، هدف طراحی یک قانون کنترل بازخورد حالت برای پایدارسازی مبدأ ($\eta=0, \xi=0$) است. فرض می شود توابع f و g معلوم هستند. همچنین فرض کنید سیستم (۹) را می توان با استفاده از یک قانون کنترل بازخورد حالت هموار به صورت $\xi = \rho(\eta)$ و با $\rho(0)=0$ ، پایدار کرد؛ به گونه ای که مبدأ سیستم

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta) \tag{۱۰}$$

به صورت مجانبی پایدار باشد. همچنین فرض می شود یک تابع لیapunov هموار و مثبت معین $V(\eta)$ معلوم است که نامساوی زیر را ارضا می کند

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta)] \leq -W(\eta) \quad (11)$$

که در آن، $W(\eta)$ مثبت معین است. با افزودن و کاستن $g(\eta)\rho(\eta)$ در رابطه (۹)، نمایش زیر حاصل می شود:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta) + g(\eta)[\xi - \rho(\eta)] \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (12)$$

سپس با در نظر گرفتن تغییر متغیر $z = \xi - \rho(\eta)$ به سیستم زیر نتیجه می شود:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta) + g(\eta)[\xi - \rho(\eta)] \\ \dot{z} = u - \dot{\rho} \end{cases} \quad (13)$$

از آنجا که f ، g و ρ معلوم هستند، مشتق $\dot{\rho}$ قابل محاسبه است. اگر $v = u - \dot{\rho}$ در نظر گرفته شود، سیستم به صورت زیر در می آید:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta) + g(\eta)[\xi - \rho(\eta)] \\ \dot{z} = v \end{cases} \quad (14)$$

که مشابه سیستمی است که از رابطه (۹) آغاز کردیم، با این تفاوت که یک مؤلفه جدید در سمت راست ظاهر شده است و بنابراین باید کل سیستم پیدارسازی شود. با استفاده از

$$V_c(\eta) = V(\eta) + \frac{1}{2}z^2 \quad (15)$$

به عنوان تابع کاندید لیapunov^۲، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\rho(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)z + zv \\ &\leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta)z + zv \end{aligned} \quad (16)$$

با انتخاب $v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - kz$ ، که در آن $k > 0$ ، می توان نتیجه گرفت:

$$\dot{V}_c \leq -W(\eta) - kz^2 \quad (17)$$

که نشان می دهد مبدأ ($\eta = 0$, $\xi = 0$) به صورت مجانبی پایدار است. در نهایت، ورودی کنترل واقعی u به صورت زیر به دست می آید:

¹ Positive Definite Lyapunov Function

² Candidate Lyapunov Function (CLF)

$$u = -\frac{\partial \rho}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - k[\xi - \rho(\eta)] \quad (۱۸)$$

۲-۴ کنترل ارتفاع

کنترل کننده را در دو گام طراحی می کنیم:

گام اول: در مرحله اول، ابتدا خطای پایداری ارتفاع به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_5 &= x_{5ref} - x_5 \\ \dot{\varepsilon}_5 &= \dot{x}_{5ref} - \dot{x}_6 \end{aligned} \quad (۱۹)$$

تابع کاندید لیاپانوف را به صورت $V(\varepsilon_5) = \frac{1}{2}\varepsilon_5^2$ در نظر می گیریم که مشتق زمانی آن با جای گذاری رابطه (۱۹)، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{V}(\varepsilon_5) = \varepsilon_5 \dot{\varepsilon}_5 = \varepsilon_5 (\dot{x}_{5ref} - \dot{x}_6) \quad (۲۰)$$

پایداری سازی ε_5 را می توان با معرفی ورودی کنترل مجازی $\dot{x}_6 = k_5 \varepsilon_5 + \dot{x}_{5ref}$ به دست آورد، که در آن $k_5 > 0$ است؛ در نتیجه، رابطه (۲۰) به شکل زیر درمی آید:

$$\dot{V}(\varepsilon_5) = -k_5 \varepsilon_5^2 \quad (۲۱)$$

از آن جا که تابع $V(\varepsilon_5)$ مثبت معین و شعاعی بی کران است و مشتق آن مطابق رابطه (۲۱) منفی معین است، بر اساس قضیه پایداری لیاپانوف، مبدأ $\varepsilon_5 = 0$ به صورت سراسری مجانبی پایدار^۱ است. گام دوم: خطای بین ورودی کنترل مجازی و متغیر حالت x_6 را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\varepsilon_6 = x_6 - (k_5 \varepsilon_5 + \dot{x}_{5ref}) \quad (۲۲)$$

تابع لیاپانوف کاندید به صورت زیر تعریف می شود:

$$V(\varepsilon_5, \varepsilon_6) = \frac{1}{2}(\varepsilon_5^2 + \varepsilon_6^2) \quad (۲۳)$$

با مشتق گیری زمانی از رابطه (۲۳)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6) &= \varepsilon_5 \dot{\varepsilon}_5 + \varepsilon_6 \dot{\varepsilon}_6 = \varepsilon_5 (-k_5 \varepsilon_5 - \varepsilon_6) \\ &+ \varepsilon_6 \left(-g + (\cos x_7 \cos x_9) \frac{U_1}{m} - \frac{kz}{m} x_6 |x_6| - k_5 \dot{\varepsilon}_5 - \ddot{x}_{5ref} \right) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

$$= -k_5 \varepsilon_5^2 + \varepsilon_6 \left(-\varepsilon_5 - g + (\cos x_7 \cos x_9) \frac{U_1}{m} - \frac{kz}{m} x_6 |x_6| - k_5 \dot{\varepsilon}_5 - \ddot{x}_{5ref} \right)$$

برای تضمین همگرایی ε_6 ، ورودی کنترل به گونه ای انتخاب می شود که:

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_7 \cos x_9} \left(-k_6 \varepsilon_6 + \varepsilon_5 + g + \frac{kz}{m} x_6 |x_6| + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref} \right), \quad k > 0 \quad (۲۵)$$

با جایگذاری رابطه (۲۵) در رابطه (۲۴)، می توان به دست آورد:

^۱ Globally Asymptotically Stable

$$\dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6) = -k_5 \varepsilon_5^2 - k_6 \varepsilon_6^2 < 0 \quad (26)$$

بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف^۱ پایداری ارتقاع نیز حاصل می‌شود.

۳-۴ کنترل وضعیت

برای به‌دست‌آوردن ورودی‌های کنترلی پایداری‌کننده حرکات رول، پیچ و یاء، همان روش طراحی مربوط به کنترل وضعیت دنبال می‌شود. بنابراین، به‌شکل مشابه ورودی‌های کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌آیند:

$$\begin{aligned} U_2 &= J_x \left(-k_8 \varepsilon_8 + \varepsilon_7 - \frac{J_y - J_z}{J_x} x_{10} x_{12} + \frac{J_r}{J_x} \omega x_{10} + \frac{k_\phi}{J_x} x_8^2 + k_7 \dot{\varepsilon}_7 + \ddot{x}_{7ref} \right) \\ U_3 &= J_y \left(-k_{10} \varepsilon_{10} + \varepsilon_9 - \frac{J_z - J_x}{J_y} x_8 x_{12} + \frac{J_r}{J_y} \omega x_8 + \frac{k_\theta}{J_x} x_{10}^2 + k_9 \dot{\varepsilon}_9 + \ddot{x}_{9ref} \right) \\ U_4 &= J_z \left(-k_{12} \varepsilon_{12} + \varepsilon_{11} - \frac{J_x - J_y}{J_z} x_8 x_{10} + \frac{k_\psi}{J_z} x_{12}^2 + k_{11} \dot{\varepsilon}_{11} + \ddot{x}_{11ref} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

۴-۴ کنترل پس‌گام مبتنی بر انتگرال‌گیر تطبیقی برای پایداری‌سازی کوادروتور

در بخش قبل، پارامترهای فیزیکی سیستم معلوم در نظر گرفته شدند. با این حال، این فرض همواره برقرار نیست؛ زیرا پارامترهای فیزیکی به دلایل مختلف، از جمله خطاهای شناسایی، تغییرات محیطی و تغییرات پارامتری سیستم، در معرض عدم قطعیت قرار می‌گیرند. در این بخش، جرم کوادروتور مجهول در نظر گرفته می‌شود. برای غلبه بر این مسئله، می‌توان از کنترل تطبیقی برای تخمین جرم مجهول استفاده کرد تا کنترل‌کننده پس‌گام مبتنی بر انتگرال‌گیر قابل به‌کارگیری باشد. ساختار بازگشتی پس‌گام برای سیستم‌های غیرخطی با مرتبه دلخواه، این امکان را فراهم می‌آورد که طراحی قانون کنترل و تطبیق، در سه مرحله به‌هم‌پیوسته انجام شود:

- قانون کنترل: امکان برآورده‌سازی مشخصات مطلوب سیستم کنترل‌شده را فراهم می‌کند.
- قانون تطبیق: دینامیک تخمین پارامترهای مجهول را تعیین می‌کند. این قانون باید همگرایی تخمین‌ها به مقادیر واقعی متناظر را بدون خدشه‌دار کردن پایداری و مشخصات از پیش تعیین‌شده تضمین کند.
- تابع لیاپانوف: امکان انتخاب مناسب دو قانون قبلی را فراهم کرده و همگرایی و پایداری ساختار تطبیقی را در هر لحظه تضمین می‌کند.

از آنجا که متغیری که هم تحت تأثیر پارامتر مجهول قرار دارد و هم هدف پایداری‌سازی است، ارتقاع می‌باشد، رابطه (۲۵) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم جرم کوادروتور ثابت است. اگر m معلوم

¹ Lyapunov Stability Theory

باشد، رابطه (۲۵) قابل تحقق است. اما اگر جرم مجهول باشد، کنترل کننده توصیف شده توسط آن رابطه قابل پیاده سازی نیست. بنابراین، بر اساس اصل هم ارزی قطعیت، جرم m با تخمین آن $\hat{m}$ جایگزین می شود. از این رو، سیگنال کنترل به صورت زیر خواهد بود:

$$U_1 = \frac{\hat{m}}{\cos x_7 \cos x_9} \left(-k_6 \varepsilon_6 + \varepsilon_5 + g + \frac{kz}{m} x_6 |x_6| + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref} \right) \quad (28)$$

اگر رابطه فوق را در معادله (۸) جایگذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\dot{x}_6 = - \left(1 - \frac{\hat{m}}{m} \right) \left(g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref} \right) + \left(\varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref} \right) \quad (29)$$

خطای جرم به صورت زیر تعریف می شود:

$$m\tilde{\theta} = m - \hat{m} \quad (30)$$

که این منجر به رابطه زیر می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6) &= \varepsilon_5 (-k_5 - \varepsilon_6) + \varepsilon_6 \left(-\tilde{\theta} (g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}) \right) \\ &\quad + \varepsilon_6 \left(\varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref} - k_5 \dot{\varepsilon}_5 - \ddot{x}_{5ref} \right) \\ &= -k_5 \varepsilon_5^2 - \varepsilon_6 (g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}) \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (31)$$

از آنجا که علامت $\hat{\theta}$ نامشخص است، نمی توان نتیجه ای درباره پایداری سیستم گرفت. برای کسب اطلاعات بیشتر درباره این پایداری، یک کنترل کننده پویا می سازیم که با افزودن یک قانون به روزرسانی برای تخمین $\hat{m}$ به رابطه (۲۳) به دست می آید. انتخاب مناسب این قانون، برای تضمین پایداری کل سیستم، باید تعیین شود. بدین منظور، یک تابع لیانوف جدید تعریف می کنیم که با افزودن یک جمله درجه دوم از خطای تخمین $\hat{\theta}$ به تابع اولیه ارائه شده در رابطه (۲۳) به دست می آید:

$$V(\varepsilon_5, \varepsilon_6, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} (\varepsilon_5^2 + \varepsilon_6^2) + \frac{1}{2\gamma} m \tilde{\theta}^2 \quad (32)$$

که در آن γ یک اسکالر مثبت است که بهره تطبیق را نشان می دهد. مشتق (۳۲) به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6, \tilde{\theta}) &= \dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6) + \frac{1}{\gamma} m \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} = -k_5 \varepsilon_5^2 - k_5 \varepsilon_6^2 \\ &\quad - \varepsilon_6 (g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}) \tilde{\theta} + \frac{1}{\gamma} m \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_5 \varepsilon_5^2 - k_5 \varepsilon_6^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta} \left(m \dot{\tilde{\theta}} - \gamma \left(m \dot{\tilde{\theta}} - \gamma (g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}) \varepsilon_6 \right) \right) \\ &= -k_5 \varepsilon_5^2 - k_5 \varepsilon_6^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta} (m \dot{\tilde{\theta}} - \tau) \end{aligned} \quad (33)$$

که در آن τ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau = \gamma (g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}) \varepsilon_6 \quad (34)$$

تا این مرحله، مشتق همچنان نامشخص باقی مانده است. با این حال، درجه آزادی حاصل از انتخاب

دلخواه قانون به‌روزرسانی پویا، این امکان را فراهم می‌سازد که این مشتق به گونه‌ای انتخاب شود که جمله دوم رابطه حذف گردد. با انتخاب:

$$m\ddot{\theta} = -\dot{m} = \tau \quad (35)$$

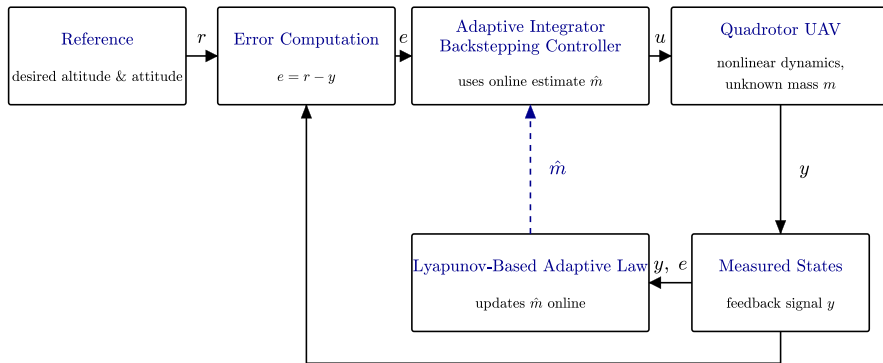
نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{V}(\varepsilon_5, \varepsilon_6, \tilde{\theta}) = -k_5 \varepsilon_5^2 - k_5 \varepsilon_6^2 < 0 \quad (36)$$

در نهایت، سیستم ارائه‌شده در رابطه (۲۹) به همراه قانون کنترل (۲۸) و قانون به‌روزرسانی (۳۵)، به شکل زیر خلاصه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= -\left(1 - \frac{\hat{m}}{m}\right) \left(g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}\right) + \left(\varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}\right) \\ \dot{\hat{m}} &= -\gamma \left(g + \varepsilon_5 - k_6 \varepsilon_6 + k_5 \dot{\varepsilon}_5 + \ddot{x}_{5ref}\right) \varepsilon_6 \end{aligned} \quad (37)$$

ساختار کلی روش پیشنهادی در شکل ۳ نشان داده شده است. در این بلوک‌دیگرام، r بردار مراجع ارتفاع و وضعیت، y بردار حالت‌های اندازه‌گیری‌شده، $e = r - y$ بردار خطا و $\hat{m}$ تخمین برخط جرم است که مطابق قانون تطبیق (۳۵) به‌روزرسانی شده و مستقیماً در قانون کنترل (۲۸) به‌کار می‌رود.



شکل ۳: بلوک‌دیگرام روش پیشنهادی

۵- نتایج شبیه‌سازی

نخست عملکرد روش پیشنهادی در شرایط اسمی ارزیابی می‌شود (بخش ۵-۱)، سپس با چهار کنترل‌کننده مرجع مقایسه می‌گردد (بخش ۵-۲) و در نهایت مقاومت آن در شش سناریوی غیراسمی بررسی می‌شود (بخش ۵-۳).

۵-۱- عملکرد کنترل‌کننده پس‌گام انتگرالی تطبیقی پیشنهادی

در این بخش، عملکرد کنترل‌کننده پس‌گام انتگرالی تطبیقی پیشنهادی برای تثبیت و

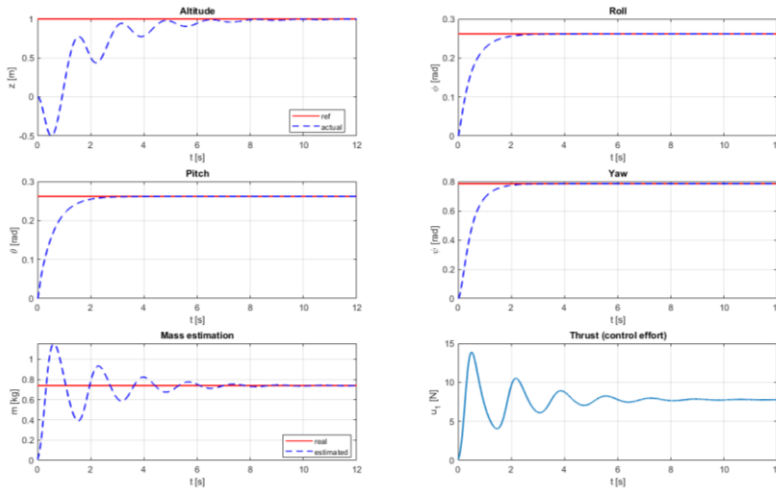
ردیابی ارتفاع و وضعیت کوادروتور در شرایط نامعلوم بودن جرم ارزیابی می شود. هدف، نشان دادن توانایی این کنترل کننده در همگرا کردن ارتفاع و زوایای غلت، فراز و سمت به مقادیر مرجع، و همزمان بازسازی برخط جرم نامعلوم از طریق قانون تطبیق مبتنی بر لیپانوف است. مدل دینامیکی غیرخطی کامل کوادروتور (دوازده متغیر حالت) به همراه کنترل کننده پیشنهادی در محیط متلب شبیه سازی شد. مقدار حقیقی جرم در مدل برابر ۰.۷۴ کیلوگرم در نظر گرفته شد، در حالی که کنترل کننده هیچ اطلاعی از این مقدار ندارد و تخمین جرم را از مقدار اولیه ۰.۰۱ کیلوگرم آغاز می کند. سیگنال های مرجع به صورت مقادیر ثابت پله ای (ارتفاع ۱ متر و زوایای مرجع مطابق جدول ۲) اعمال شدند و زمان شبیه سازی برابر ۱۲ ثانیه در نظر گرفته شد. شرایط اولیه همه حالت ها صفر (کوادروتور در حال سکون و تراز) در نظر گرفته شد. مقادیر پارامترهای مدل و بهره های کنترلی در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲: مدل پارامترهای مدل کوادروتور و بهره های کنترلی

یکای	مقدار	نماد	پارامتر
kg	۰/۷۴	m	جرم حقیقی
$kg.m^2$	۰/۰۰۴	I_x, I_y	ممان اینرسی حول x و y
$kg.m^2$	۰/۰۰۸۴	I_z	ممان اینرسی حول z
$kg.m^2$	$2/8385 \times 10^{-5}$	J_r	اینرسی روتور
m	۰/۲۲۵	L	طول بازو
m/s^2	۹/۸۱	g	شتاب گرانش
—	۱۰ و ۲	k_1, k_2	بهره های غلت
—	۱۰ و ۲	k_3, k_4	بهره های فراز
—	۱۰ و ۲	k_5, k_6	بهره های سمت
—	۱ و ۰/۵	k_7, k_8	بهره های ارتفاع
—	۰/۱ و ۰/۵	γ	بهره تطبیق
m	۱	z_{ref}	ارتفاع مرجع
—	$\pi/12, \pi/12, \pi/4$	$\phi_{ref}, \theta_{ref}, \psi_{ref}$	زوایای مرجع

بهره های کنترلی چنان انتخاب شدند که میان سرعت پاسخ و فراجش تعادل برقرار شود. بهره های بزرگ تر پاسخ سریع تر اما فراجش و تلاش کنترلی بیشتری به همراه دارند. بهره تطبیق γ رفتار گذرای تخمین جرم را تعیین می کند که مقدار بزرگ آن همگرایی تخمین را تسریع می کند اما پاسخ را نوسانی و در مقادیر بیش از حد ناپایدار می سازد، و مقدار کوچک آن همگرایی را کند می کند. در اینجا $\gamma = 0.1$ به عنوان مصالحه ای میان سرعت همگرایی تخمین و همواری پاسخ گذرا انتخاب شد. مقدار اولیه کوچک برای تخمین جرم (۰.۰۱ کیلوگرم) عمداً انتخاب شد تا توانایی قانون تطبیق در بازسازی

جرم از یک حدس اولیه بسیار دور از مقدار واقعی نشان داده شود. پاسخ حلقه‌بسته روش پیشنهادی در شکل ۴ و شاخص‌های کمی متناظر در جدول ۳ ارائه شده است.



شکل ۴: پاسخ حلقه‌بسته روش پیشنهادی در شرایط اسمی (خط ممتد: مرجع؛ خط چین: پاسخ)

همانگونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده پیشنهادی موفق می‌شود ارتفاع و هر سه زاویه وضعیت را به مقادیر مرجع خود همگرا کند. پاسخ زوایای غلت، فراز و سمت به‌صورت هموار و بدون خطای ماندگار به مراجع می‌رسند. پاسخ ارتفاع در مقایسه با کانال‌های وضعیت اندکی کندتر و همراه با نوسان اولیه است. علت این رفتار، کوپلینگ مستقیم میان جرم و دینامیک ارتفاع است. از آنجا که کنترل‌کننده بر پایه اصل هم‌ارزی قطعیت، از تخمین جرم به‌جای مقدار واقعی آن استفاده می‌کند، تا پیش از همگرایی تخمین جرم، خطای گذرای در ارتفاع دیده می‌شود که هم‌زمان با نزدیک‌شدن تخمین جرم به مقدار واقعی از میان می‌رود. نمودار تخمین جرم نشان می‌دهد که قانون تطبیق، جرم را از مقدار اولیه ۰/۰۱ کیلوگرم پس از یک بازه گذرای نوسانی به مقدار واقعی ۰/۷۴ کیلوگرم همگرا می‌کند. سیگنال رانش نیز الگویی متناظر با همین رفتار گذرای تخمین جرم دارد و پس از همگرایی، حول مقدار لازم برای هاورینگ تثبیت می‌شود.

جدول ۳: شاخص‌های عملکرد روش پیشنهادی در چهار کانال (شرایط اسمی)

شاخص عملکرد	ارتفاع (z)	غلت (ϕ)	فراز (θ)	سمت (ψ)
RMSE	۰/۴۰۹۴	۰/۰۳۹۴۶	۰/۰۴۰۳۲	۰/۱۲۵۴
ISE	۲/۰۱۱	۰/۰۱۸۶۵	۰/۰۱۹۴۸	۰/۱۸۸۳
ITAE	۴/۰۵۱	۰/۰۷۱۱۵	۰/۰۸۱۸۸	۰/۱۸۸۳
زمان نشست (s)	۷/۷۶۸	۲/۰۶۲	۲/۱۷۶	۱/۸۳۸
فراجهش (%)	.	.	.	.
تلاش کنترلی	۷۴۹/۷	$۷/۶۲۲ \times ۱۰^{-۵}$	$۱/۲۱۹ \times ۱۰^{-۴}$	$۸۱۷/۸ \times ۱۰^{-۴}$

مطابق جدول ۳، شاخص‌های عملکرد نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی در هر چهار کانال به ردیابی مطلوب دست می‌یابد. مقدار صفر فراجهش در تمامی کانال‌ها بیانگر آن است که پاسخ‌ها بدون رفتار نوسانی و به صورت هموار به مقادیر مرجع همگرا می‌شوند. با این حال، اختلاف چشمگیری میان کانال ارتفاع و کانال‌های وضعیت دیده می‌شود؛ زمان نشست ارتفاع (۷/۷۷ ثانیه) و RMSE آن (۰/۴۱) به مراتب بزرگ‌تر از مقادیر متناظر در غلت، فراز و سمت است که زمان نشست آن‌ها در بازه ۱/۸ تا ۲/۱ ثانیه و RMSE در بازه ۰/۴ تا ۰/۱۳ قرار دارد. علت این تفاوت آن است که پارامتر نامعلوم جرم تنها بر دینامیک ارتفاع اثر مستقیم می‌گذارد. کنترل‌کننده تا پیش از همگرایی تخمین جرم، طبق اصل هم‌ارزی قطعیت از مقدار تخمینی استفاده می‌کند و همین امر پاسخ ارتفاع را کندتر می‌سازد. در مقابل، کانال‌های وضعیت مستقل از جرم بوده و تنها با بهره‌های ثابت پس‌گام کنترل می‌شوند و از این‌رو پاسخی سریع‌تر و دقیق‌تر دارند. مقادیر کوچک ITAE در کانال‌های وضعیت نیز همین موضوع را تأیید می‌کند، زیرا ITAE به دلیل وزن‌دهی زمانی، خطاهای ماندگار در بازه‌های طولانی را با ضریب بیشتری لحاظ می‌کند و مقدار کوچک آن نشان‌دهنده حذف سریع خطا است.

تفاوت چند مرتبه‌ای در تلاش کنترلی میان کانال ارتفاع (۷۴۹/۷) و کانال‌های وضعیت (از مرتبه $۱۰^{-۵}$ تا $۱۰^{-۴}$) طبیعی و مورد انتظار است، زیرا سیگنال کنترلی کانال ارتفاع، نیروی رانش کل (u_1) است که باید وزن کوادروتور را جبران کند، درحالی‌که سیگنال‌های وضعیت (u_2, u_3, u_4) گشتاورهای کوچک لازم برای تنظیم زوایه‌اند، بنابراین این اعداد را نباید مستقیماً با یکدیگر مقایسه کرد. افزون بر این، قانون تطبیق، جرم را از مقدار اولیه ۰/۰۱ کیلوگرم به مقدار نهایی ۰/۷۳۹۵ کیلوگرم همگرا می‌کند که خطای نسبی آن نسبت به مقدار واقعی (۰/۷۴ کیلوگرم) کمتر از ۰/۱٪ است و دقت بالای تخمین‌گر را تأیید می‌کند. نتایج این بخش نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پس‌گام انتگرالی تطبیقی پیشنهادی قادر است هم‌زمان تثبیت وضعیت و ردیابی ارتفاع را در شرایط کاملاً نامعلوم بودن جرم

تضمین کند و جرم واقعی را نیز به صورت برخط بازسازی نماید. شاخص‌های کمی جدول ۳ عملکرد مطلوب روش را از نظر دقت ردیابی و پایداری پاسخ تأیید می‌کنند.

۵-۲- مقایسه جامع روش پیشنهادی با کنترل‌کننده‌های مرجع

در این بخش، عملکرد روش پیشنهادی (پس‌گام تطبیقی با تخمین برخط جرم) با چهار کنترل‌کننده مرجع به طور جامع مقایسه می‌شود. این چهار کنترل‌کننده عبارت‌اند از: (۱) کنترل‌کننده پس‌گام غیرتطبیقی، که ساختار و بهره‌های آن کاملاً مشابه روش پیشنهادی است با این تفاوت که به جای تخمین برخط جرم، از یک مقدار اسمی ثابت و نادرست (0.7 کیلوگرم در برابر مقدار واقعی 0.74 کیلوگرم) استفاده می‌کند؛ (۲) کنترل‌کننده PID به عنوان پرکاربردترین کنترل‌کننده کلاسیک و مستقل از مدل؛ (۳) MPC به عنوان یک رویکرد بهینه مدل-محور؛ و (۴) کنترل‌کننده SMC به عنوان یک روش کنترل مقاوم غیرخطی. به منظور برقراری مقایسه‌ای منصفانه، تمامی کنترل‌کننده‌ها روی مدل دینامیکی یکسان کوادروتور، با سیگنال‌های مرجع، شرایط اولیه و بازه زمانی کاملاً یکسان (۱۲ ثانیه) شبیه‌سازی شدند. همچنین، مدل داخلی هر سه کنترل‌کننده مدل-محور (غیرتطبیقی، MPC و SMC) از همان جرم اسمی نادرست استفاده می‌کند تا شرایط عدم قطعیت جرم برای همه یکسان باشد.

۵-۲-۱ پیاده‌سازی و تنظیم کنترل‌کننده‌های مرجع

پیش از ارائه نتایج مقایسه، در این بخش نحوه پیاده‌سازی و تنظیم هر یک از کنترل‌کننده‌های مرجع تشریح می‌شود. به منظور برقراری مقایسه‌ای منصفانه، مدل داخلی تمامی کنترل‌کننده‌های مدل-محور (پس‌گام غیرتطبیقی، MPC و SMC) از یک جرم اسمی ثابت و نادرست برابر 0.7 کیلوگرم (در برابر مقدار واقعی 0.74 کیلوگرم) استفاده می‌کند. به این ترتیب، شرایط عدم قطعیت جرم برای همه کنترل‌کننده‌ها یکسان است و هیچ‌یک از مقدار واقعی جرم آگاه نیست.

۵-۲-۱-۱ کنترل‌کننده پس‌گام غیرتطبیقی

کنترل‌کننده پس‌گام غیرتطبیقی از همان ساختار و بهره‌های کنترلی روش پیشنهادی استفاده می‌کند، با این تفاوت که قانون تطبیق در آن غیرفعال شده و جرم به جای تخمین برخط، به صورت ثابت و برابر جرم اسمی (0.7 کیلوگرم) در نظر گرفته می‌شود. این کنترل‌کننده به عنوان مبنایی برای سنجش نقش دقیق قانون تطبیق به کار می‌رود، زیرا تنها تفاوت آن با روش پیشنهادی، وجود یا نبود تخمین برخط جرم است.

۵-۲-۱-۲ کنترل‌کننده PID

برای هر یک از چهار کانال کنترل‌شده (ارتفاع، غلت، فراز و سمت) یک حلقه PID مستقل طراحی شد. مشتق‌گیری در این حلقه‌ها به جای خطا، روی سیگنال اندازه‌گیری شده انجام شد تا از پدیده ضربه مشتق جلوگیری شود. این کنترل‌کننده کاملاً مستقل از مدل است و از هیچ اطلاعی

درباره جرم، گرانش یا جملات کوپلینگ سامانه استفاده نمی‌کند. در کانال ارتفاع، ترم انتگرالی وظیفه ساختن نیروی لازم برای هاورینگ را بر عهده دارد. بهره‌های PID با روش جای گذاری قطب روی مدل جدا شده هر کانال به دست آمدند. کانال ارتفاع به صورت یک سامانه مرتبه سوم (با در نظر گرفتن نقش ترم انتگرالی در دفع اثر ثابت گرانش) و کانال‌های وضعیت به صورت سامانه‌های مرتبه دوم در نظر گرفته شدند. مقادیر نهایی بهره‌های تنظیم شده در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴: بهره‌های تنظیم شده کنترل کننده PID برای چهار کانال کنترل شده

کانال	K_p	K_i	K_d
ارتفاع (z)	۶	۳	۴
غلت (ϕ)	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۲
فراز (θ)	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۲
سمت (ψ)	۰/۰۵	۰/۰۲	۰/۰۴

تفاوت مرتبه بزرگی بهره‌های کانال ارتفاع نسبت به کانال‌های وضعیت، ناشی از تفاوت بهره ذاتی مدل در این کانال‌هاست. در کانال‌های وضعیت به دلیل کوچک بودن ممان‌های اینرسی، بهره مؤثر مدل بسیار بزرگ است و در نتیجه بهره‌های کنترلی کوچک‌تری برای دستیابی به پاسخ مطلوب کافی‌اند.

۵-۲-۱-۳- کنترل کننده MPC

کنترل کننده پیش‌بین به صورت خطی بدون قید و با خطی سازی مدل حول نقطه کاری هاورینگ طراحی شد. در این حالت، مسئله بهینه سازی در هر گام دارای جواب فرم بسته است و به بهره پیش‌بین ثابتی کاهش می‌یابد که از طریق بازگشت ریکاتی در زمان محدود محاسبه می‌شود. در هر گام، رفتار آینده سامانه روی یک افق پیش‌بین تخمین زده می‌شود، دنباله کنترلی بهینه با کمینه کردن تابع هزینه‌ای شامل خطای ردیابی و تلاش کنترلی به دست می‌آید، و تنها نخستین گام کنترلی اعمال می‌گردد. برای دستیابی به ردیابی بدون خطای ماندگار در شرایط عدم قطعیت جرم، یک حالت انتگرالی به مدل هر کانال افزوده شد. افق پیش‌بین برابر ۳۰ گام با گام نمونه برداری ۰/۰۵ ثانیه انتخاب شد. مقادیر ماتریس‌های وزنی تابع هزینه در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵: ماتریس‌های وزنی تابع هزینه کنترل کننده MPC برای چهار کانال کنترل شده

کانال	(انتگرال، خطا، نرخ خطا) Q	R
ارتفاع (z)	diag(۴۰, ۴۰۰, ۲۵)	۰/۰۲
غلت (ϕ)	diag(۱, ۱۰, ۲)	۱
فراز (θ)	diag(۱, ۱۰, ۲)	۱
سمت (ψ)	diag(۱, ۱۰, ۲)	۱

همان گونه که در جدول ۵ دیده می شود، وزن های کانال ارتفاع به مراتب بزرگ تر از کانال های وضعیت انتخاب شده اند. علت این است که کانال ارتفاع علاوه بر ردیابی، باید اثر ثابت گرانش و عدم قطعیت جرم را نیز از طریق حالت انتگرالی جبران کند. از این رو وزن بزرگ تر برای خطا و انتگرال آن، همراه با وزن کوچک تر تلاش کنترلی (R)، به کنترل کننده اجازه می دهد در لحظات اولیه رانش قوی تری تولید کرده و ارتفاع مرجع را به سرعت و بدون خطای ماندگار دنبال کند. در مقابل، کانال های وضعیت به دلیل بهره ذاتی بزرگ مدل (ناشی از کوچک بودن ممان های اینرسی)، با وزن های کوچک تر نیز به پاسخ مطلوب می رسند.

۵-۲-۱-۴- کنترل کننده SMC

کنترل کننده مدل لغزشی برای هر کانال یک سطح لغزش به صورت $s = \dot{e} + \lambda e$ تعریف می کند که در آن e خطای ردیابی است و قانون کنترل آن از دو بخش تشکیل شده است: بخش کنترل معادل که دینامیک معلوم سامانه را جبران می کند، و بخش سوئیچینگ که مقاومت در برابر عدم قطعیت و اغتشاش را تأمین می کند. مشکل کلاسیک این کنترل کننده، پدیده چترینگ است که از تابع علامت ناپیوسته ناشی می شود. برای کاهش آن، تابع علامت با تقریب لایه مرزی اشباع (sat) جایگزین شده است. در این ساختار، پارامتر λ شیب سطح لغزش، پارامتر η بهره بخش سوئیچینگ، و پارامتر φ ضخامت لایه مرزی را تعیین می کند. مقادیر این پارامترها در جدول ۶ ارائه شده است.

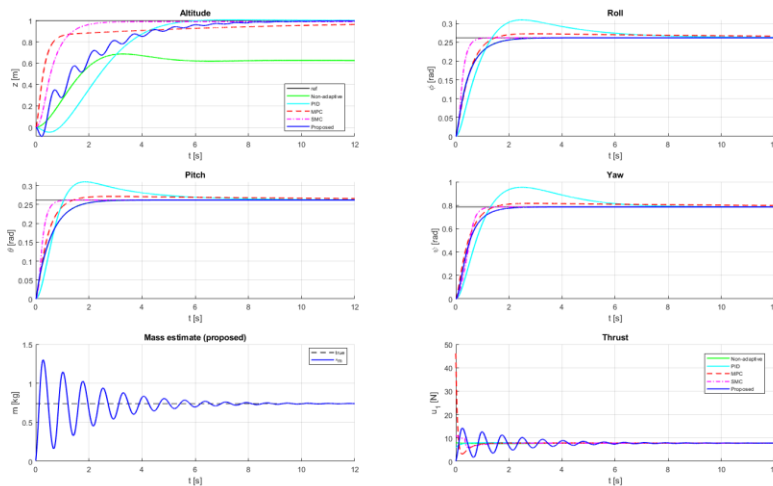
جدول ۶: پارامترهای کنترل کننده مدل لغزشی

کانال	λ	η	φ
ارتفاع (z)	۲	۶	۰/۲
غلت/فراز/سمت	۶	۸	۰/۱

انتخاب پارامترها چنان انجام شد که مصالحه ای مناسب میان سرعت پاسخ وابسته به λ ، مقاومت در برابر عدم قطعیت وابسته به η و کاهش چترینگ وابسته به φ برقرار شود. افزایش η مقاومت را بهبود می بخشد اما دامنه چترینگ را افزایش می دهد، و افزایش φ چترینگ را کاهش می دهد اما دقت ردیابی را اندکی کم می کند.

پس از تشریح پیاده سازی و تنظیم تمامی کنترل کننده ها، در ادامه نتایج شبیه سازی آن ها در شرایط اسمی و تحت مدل، مرجع و شرایط اولیه کاملاً یکسان ارائه و مقایسه می شود. پاسخ زمانی هر پنج

کنترل کننده در ردیابی ارتفاع و وضعیت، به همراه همگرایی تخمین جرم روش پیشنهادی و سیگنال رانش، در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵: مقایسه پنج کنترل کننده در شرایط اسمی (آبی: پیشنهادی؛ سبز: پس گام غیر تطبیقی؛ فیروزه‌ای: PID؛ قرمز: MPC؛ بنفش: SMC).

مطابق شکل ۵، رفتار کنترل کننده‌ها در کانال‌های مختلف تفاوت‌های آشکاری دارد. در کانال ارتفاع، کنترل کننده پس گام غیر تطبیقی به دلیل استفاده از جرم نادرست، دچار خطای حالت ماندگار می‌شود و در مقداری به مراتب پایین‌تر از مرجع (حدود ۰/۶۳ متر) تثبیت می‌گردد. این رفتار نشان می‌دهد که بدون تطبیق، عدم قطعیت جرم مستقیماً به خطای ماندگار می‌انجامد. کنترل کننده‌های MPC و SMC به دلیل داشتن کنش انتگرالی و سوئیچینگ، این خطا را جبران کرده و پاسخی نرم و سریع به مرجع دارند. روش پیشنهادی نیز به مرجع می‌رسد، اما پاسخ آن به دلیل دینامیک گذرای تخمین جرم، در ابتدا نوسان بیشتری دارد. کنترل کننده PID پس از یک افت اولیه کوچک، به صورت نرم به مرجع همگرا می‌شود. در کانال‌های وضعیت (غلت، فراز و سمت)، بارزترین تفاوت مربوط به کنترل کننده PID است که فراجش قابل توجهی از خود نشان می‌دهد (برای نمونه در غلت تا حدود ۰/۳۱ رادیان در برابر مرجع ۰/۲۶، و در سمت تا حدود ۰/۹۵ رادیان در برابر مرجع ۰/۷۹)، در حالی که روش پیشنهادی بدون فراجش و با نشست هموار به مرجع می‌رسد. لازم به ذکر است که در این کانال‌ها، پاسخ روش پیشنهادی و پس گام غیر تطبیقی بر یکدیگر منطبق‌اند، زیرا تخمین جرم تنها بر دینامیک ارتفاع اثر می‌گذارد و قانون کنترل وضعیت در هر دو یکسان است. مهم‌ترین وجه تمایز در پزل تخمین جرم آشکار می‌شود، تنها روش پیشنهادی قادر است جرم واقعی را به صورت برخط بازسازی کرده و به مقدار ۰/۷۴ کیلوگرم همگرا شود، در حالی که هیچ‌یک از چهار کنترل کننده دیگر چنین قابلیت ندارند. رفتار مشاهده شده در همگرایی تخمین جرم و پایداری سامانه، به طور مستقیم از تحلیل لیاپانوف ارائه شده در بخش طراحی (بخش ۴-۴) قابل توضیح است. همان گونه که در رابطه

(۳۲) تعریف شد، تابع لیاپانوف به صورت مجموع انرژی خطاهای ردیابی ارتفاع و ترم خطای تخمین جرم با ضریب وارون بهره تطبیق، یعنی $V(\varepsilon_5, \varepsilon_6, \tilde{\theta}) = 1/2(\varepsilon_5^2 + \varepsilon_6^2) + 1/2\gamma(m\tilde{\theta}^2)$ ، در نظر گرفته شده است که در آن $m\tilde{\theta} = m - \hat{m}$ خطای تخمین جرم است. قانون تطبیق (رابطه ۳۵) دقیقاً به گونه‌ای انتخاب شده که مشتق زمانی این تابع به شکل $\dot{V} = -k_5\varepsilon_5^2 - k_6\varepsilon_6^2$ (رابطه ۳۶) و در نتیجه منفی معین حاصل شود. همین شرط، از یک سو پایداری مجانبی خطاهای ردیابی ارتفاع $(\varepsilon_5, \varepsilon_6)$ را تضمین می‌کند. به همین دلیل در تمامی سناریوها، ارتفاع به مقدار مرجع همگرا می‌شود و از سوی دیگر کراندار ماندن خطای تخمین جرم را نتیجه می‌دهد. نوسانات گذرای مشاهده شده در تخمین جرم نیز نتیجه طبیعی همین دینامیک است، تا زمانی که خطای ردیابی ε_6 به صفر میل نکرده، ترم به‌روزرسانی τ (در رابطه (۳۴)) در قانون تطبیق فعال باقی می‌ماند و تخمین را اصلاح می‌کند. با کاهش خطای ردیابی، این ترم کوچک شده و تخمین جرم به مقدار حقیقی تثبیت می‌گردد. افزون بر این، حضور ضریب $1/\gamma$ در تابع لیاپانوف، نقش بهره تطبیق γ در سرعت همگرایی تخمین را توضیح می‌دهد. چنان که در بخش تحلیل حساسیت نیز مشاهده خواهد شد، مقدار بزرگ‌تر γ آهنگ اصلاح خطای تخمین را افزایش می‌دهد. در سیگنال رانش نیز مشاهده می‌شود که کنترل کننده MPC برای دستیابی به پاسخ سریع، در لحظات اولیه رانشی به مراتب بزرگ‌تر (نزدیک به ۴۵ نیوتن) تولید می‌کند، در حالی که رانش سایر کنترل کننده‌ها ملایم‌تر است. شاخص‌های کمی عملکرد هر پنج کنترل کننده در کانال ارتفاع، در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷: مقایسه شاخص‌های کانال ارتفاع پنج کنترل کننده (شرایط اسمی)

شاخص عملکرد	پیشنهادی	غیر تطبیقی پس گام	PID	MPC	SMC
RMSE	۰/۳۰۷۵	۰/۴۵۴۴	۰/۴۱۰۳	۰/۱۵۴۷	۰/۱۹۰۸
ISE	۱/۱۳۴	۲/۴۷۸	۲/۰۲۰	۰/۲۸۶۸	۰/۴۳۶۴
ITAE	۳/۸۳۹	۲۷/۰۹	۴/۲۰۹	۴/۴۲۴	۱/۰۳۸
زمان نشست (s)	۷/۹۹	۱۲ (عدم همگرایی)	۵/۳۰	۱۲ (عدم همگرایی)	۲/۴۶
تلاش کنترلی	۷۵۰/۹	۷۱۹/۶	۷۳۰/۹	۷۶۶/۴	۷۲۵/۹
ارتفاع نهایی (m)	۰/۹۹۸	۰/۶۲۶	۱/۰۰۱	۰/۹۴۶	۰/۹۹۱

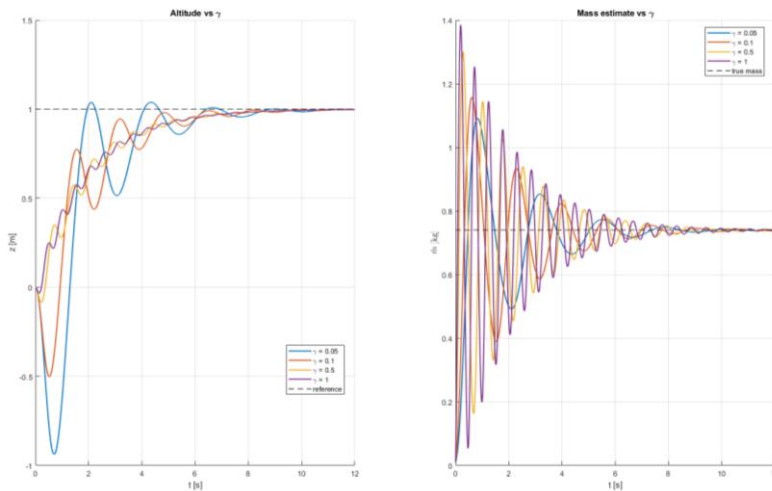
جدول ۷ نشان می‌دهد که هیچ کنترل کننده‌ای در تمامی شاخص‌ها برتر نیست. برتری هر روش به معیار و شرایط مورد نظر بستگی دارد. از نظر شاخص‌های خطای ردیابی ارتفاع، کنترل کننده‌های MPC و SMC مقادیر کمتری دارند، RMSE به ترتیب برابر ۰/۱۵ و ۰/۱۹ در برابر ۰/۳۱ روش پیشنهادی، علت این امر آن است که پاسخ ارتفاع این دو کنترل کننده فاقد نوسان گذرای اولیه روش

پیشنهادی است، نوسانی که خود ناشی از فرایند تخمین برخط جرم است. نخست، روش پیشنهادی در تمامی شاخص‌ها از کنترل‌کننده پس گام غیرتطبیقی برتر است و برخلاف آن، خطای حالت ماندگار ارتفاع ندارد (ارتفاع نهایی ۰/۹۹۸ در برابر ۰/۶۲۶ متر). این مقایسه، که تفاوتش وجود یا نبود قانون تطبیق است، نقش کلیدی تخمین جرم را به روشنی اثبات می‌کند. دوم، برخلاف کنترل‌کننده PID که در کانال‌های وضعیت فراجش دارد و در کانال ارتفاع نیز فراجش کوچکی نشان می‌دهد، روش پیشنهادی فاقد فراجش است. سوم، کنترل‌کننده‌های غیرتطبیقی و MPC تا پایان شبیه‌سازی به‌طور کامل به صفر همگرا نمی‌شوند، درحالی‌که روش پیشنهادی در حدود ۸ ثانیه همگرا شده است. این قابلیت، هرچند در شرایط اسمی مزیت عددی چشمگیری در پی ندارد، پایه سازگاری روش با عدم قطعیت و تغییرات جرم است و چنان‌که در بخش تحلیل مقاومت نشان داده خواهد شد، در شرایط غیراسمی به مزیتی تعیین‌کننده تبدیل می‌شود. بنابراین در یک ارزیابی متوازن، روش پیشنهادی گزینه‌ای قابل‌اتکا برای شرایط واقعی و نامعین به‌شمار می‌رود. مقایسه‌های ارائه‌شده در این بخش، در شرایط اسمی و بدون اغتشاش یا تغییر پارامتر انجام شد. برای ارزیابی کامل‌تر، در بخش بعد مقاومت و سازگاری روش پیشنهادی در شرایط غیراسمی، شامل تغییر بهره تطبیق، خطای اولیه بزرگ جرم، تغییرات شدید و متغیر جرم، نویز اندازه‌گیری و اغتشاش خارجی بررسی و با کنترل‌کننده‌های رقیب مقایسه می‌شود.

۳-۵- تحلیل مقاومت و حساسیت کنترل‌کننده پیشنهادی

۳-۵-۱ اثر بهره تطبیق

یکی از پرسش‌های کلیدی درباره هر کنترل‌کننده تطبیقی، حساسیت رفتار آن به مقدار بهره تطبیق است. بهره تطبیق γ آهنگ به‌روزرسانی تخمین پارامتر نامعلوم را تعیین می‌کند و انتخاب آن مستقیماً بر رفتار گذرای سامانه اثر می‌گذارد. در این بخش، کنترل‌کننده پیشنهادی برای چند مقدار مختلف γ اجرا شده و اثر آن بر ردیابی ارتفاع و همگرایی تخمین جرم بررسی می‌شود. اثر چهار مقدار $\gamma \in \{0.5, 0.1, 0.5, 1\}$ بر ردیابی ارتفاع و همگرایی تخمین جرم در شکل ۶ و شاخص‌های کمی متناظر در جدول ۸ ارائه شده است.



شکل ۶: اثر بهره تطبیق γ بر ردیابی ارتفاع (چپ) و تخمین جرم (راست).

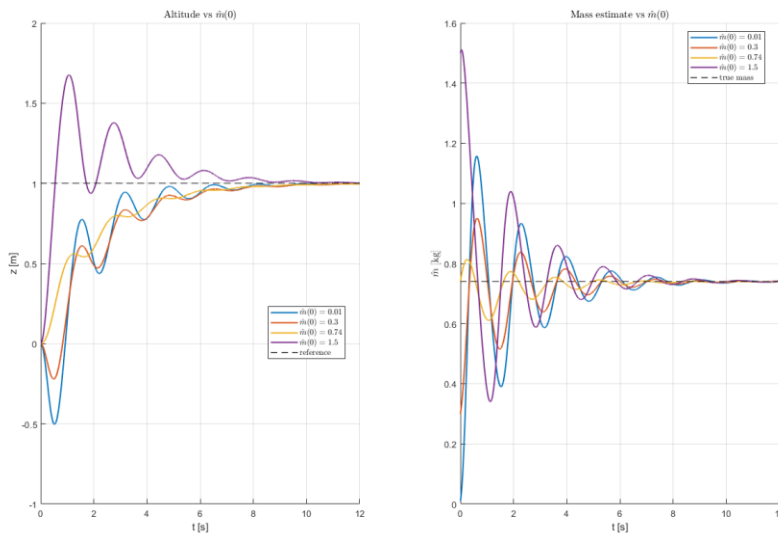
مطابق شکل ۶، بهره تطبیق γ اثری تعیین کننده بر رفتار گذرای سامانه دارد. برای مقادیر کوچک γ (مانند ۰/۰۵)، تخمین جرم به آرامی و با نوسان کمتر به مقدار واقعی نزدیک می شود، اما این کندی به یک افت اولیه بزرگ در ارتفاع می انجامد (تا حدود ۰/۹۵- متر)، زیرا تا پیش از اصلاح تخمین جرم، رانش تولیدشده ناکافی است، همین موضوع در بزرگ بودن شاخص خطای RMSE (۰/۵۴) منعکس می شود. با افزایش γ ، به روزرسانی تخمین جرم سریع تر آغاز می شود و افت اولیه ارتفاع به شدت کاهش می یابد، در نتیجه شاخص RMSE به طور پیوسته کاهش می یابد و برای بهره $\gamma=1$ به حدود ۰/۳۰ می رسد. با این حال، این بهبود بی هزینه نیست. با بزرگ شدن γ ، هم تخمین جرم و هم پاسخ ارتفاع نوسانات فرکانس بالای بیشتری از خود نشان می دهند چنان که در نمودار تخمین جرم بهره ۱ آشکار است. افزون بر این، در تمامی مقادیر γ ، تخمین جرم به مقدار واقعی (۰/۷۴ کیلوگرم) با خطای کمتر از یک دهم درصد همگرا می شود و پایداری سامانه حفظ می گردد.

جدول ۸: اثر بهره تطبیق γ بر شاخص های عملکرد

γ	RMSE	ISE	زمان نشست (s)	تخمین نهایی جرم (kg)	ویژگی پاسخ
۰/۰۵	۰/۵۳۹۲	۳/۴۸۹	۸/۳۴	۰/۷۳۹۸	هموار ولی افت اولیه بزرگ
۰/۱	۰/۴۰۹۴	۲/۰۱۱	۷/۷۷	۰/۷۳۹۵	متعادل
۰/۵	۰/۳۰۷۵	۱/۱۳۴	۷/۹۹	۰/۷۳۹۷	سریع تر، خطای کمتر، فروجهش کمتر
۱	۰/۲۹۶۰	۱/۰۵۱	۷/۸۴	۰/۷۳۹۲	خطای کمترین، نوسان فرکانس بالا

۵-۳-۲ اثر خطای اولیه بزرگ در تخمین جرم

یکی از مزیت‌های کلیدی رویکرد تطبیقی نسبت به کنترل‌کننده‌های مدل-محور، توانایی آن در بازسازی پارامتر نامعلوم بدون نیاز به دانستن مقدار اولیه دقیق آن است. در این بخش، برای ارزیابی استحکام قانون تطبیق، کنترل‌کننده پیشنهادی از چند مقدار اولیه بسیار متفاوت برای تخمین جرم اجرا شده است؛ از مقدار بسیار کوچک (0.01 کیلوگرم، تقریباً صفر) تا مقدار بسیار بزرگ (1.5 کیلوگرم، بیش از دو برابر جرم واقعی).



شکل ۷: اثر مقدار اولیه $\hat{m}(0)$ بر ردیابی ارتفاع و همگرایی تخمین جرم.

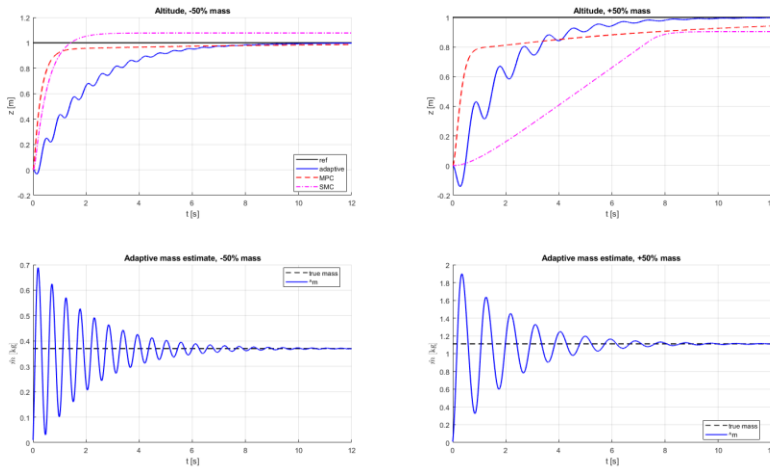
مطابق شکل ۷ و جدول ۹، مهم‌ترین نتیجه آن است که در تمامی حالت‌ها، از مقدار اولیه تقریباً صفر (0.01 کیلوگرم) تا مقدار بیش از دو برابر جرم واقعی (1.5 کیلوگرم) تخمین جرم به مقدار واقعی 0.74 کیلوگرم همگرا می‌شود و ارتفاع نیز به مرجع می‌رسد. این رفتار، استحکام قانون تطبیق مبتنی بر لیاپانوف را در برابر خطای اولیه بزرگ در تخمین پارامتر تأیید می‌کند. برای مقادیر اولیه کوچک‌تر از جرم واقعی (مانند 0.01 و 0.3)، کنترل‌کننده در ابتدا جرم را کم‌برآورد کرده و رانش ناکافی تولید می‌کند، در نتیجه ارتفاع ابتدا افت می‌کند و سپس به مرجع می‌رسد. در مقابل، برای مقدار اولیه بزرگ‌تر از جرم واقعی (1.5 کیلوگرم)، کنترل‌کننده در ابتدا جرم را بیش‌برآورد کرده و رانش بیش از حد تولید می‌کند، از این‌رو ارتفاع ابتدا تا حدود 1.67 متر بالا می‌رود (فراجهش نزدیک به 68 درصد) و سپس با اصلاح تخمین جرم به مرجع بازمی‌گردد.

جدول ۹: اثر مقدار اولیه تخمین جرم بر شاخص‌های عملکرد

تخمین نهایی جرم (kg)	فراجش (%)	زمان نشست (s)	RMSE	$\hat{m}(0)$
۰/۷۳۹۵	۰	۷/۷۷	۰/۴۰۹۴	۰/۰۱
۰/۷۳۹۷	۰	۸/۹۸	۰/۳۷۳۹	۰/۳
۰/۷۴۰۱	۰	۷/۸۴	۰/۲۸۱۸	۰/۷۴
۰/۷۴۱۳	۶۷/۶۷	۸/۳۳	۰/۲۲۷۹	۱/۵

۳-۳-۵ تحلیل مقاومت در برابر تغییرات شدید جرم

در این بخش، مقاومت روش پیشنهادی در برابر تغییرات شدید جرم کوادروتور بررسی و با کنترل‌کننده‌های MPC و SMC مقایسه می‌شود. جرم واقعی سامانه به میزان ۵۰ درصد کاهش (۰/۳۷ کیلوگرم) و ۵۰ درصد افزایش (۱/۱۱ کیلوگرم) نسبت به مقدار اسمی داده شد، درحالی‌که مدل داخلی هر سه کنترل‌کننده همچنان جرم اسمی (۰/۷ کیلوگرم) را فرض می‌کند، یعنی هیچ‌یک از کنترل‌کننده‌ها از تغییر جرم مطلع نیست. این سناریو نشان می‌دهد کدام کنترل‌کننده می‌تواند بدون اطلاع قبلی، با عدم قطعیت بزرگ پارامتری کنار بیاید.

شکل ۸: مقاومت در برابر تغییر $\pm 50\%$ جرم؛ ردیف پایین: تخمین جرم روش پیشنهادی.

مطابق شکل ۸ و جدول ۱۰، بارزترین نتیجه در ردیف پایین دیده می‌شود: قانون تطبیق روش پیشنهادی در هر دو حالت، جرم واقعی جدید را به‌درستی بازسازی می‌کند و تخمین جرم به‌ترتیب به ۰/۳۷ و ۱/۱۱ کیلوگرم همگرا می‌شود. این توانایی، ویژگی منحصربه‌فرد روش پیشنهادی است. کنترل‌کننده‌های MPC و SMC اصولاً پارامتر جرم را تخمین نمی‌زنند و صرفاً می‌کوشند اثر عدم تطابق را دفع کنند. در کانال ارتفاع، رفتار دو حالت متفاوت است. در حالت کاهش جرم (۰/۳۷)

کیلوگرم)، هر سه کنترل کننده در نهایت به مرجع نزدیک می شوند، با این حال کنترل کننده SMC دچار خطای حالت ماندگار می شود و در مقداری بالاتر از مرجع (حدود $۱/۰۸$ متر با فراجاهش نزدیک به ۸ درصد) تثبیت می گردد، درحالی که روش پیشنهادی و MPC به مرجع می رسند. در حالت افزایش جرم ($۱/۱۱$ کیلوگرم)، مطابق شاخص های کمی جدول ۱۰، برتری روش پیشنهادی ظاهر می شود، تنها این روش موفق می شود ارتفاع را به طور کامل به مرجع برساند (ارتفاع نهایی $۰/۹۹۸$ متر)، درحالی که کنترل کننده SMC بسیار کند عمل کرده و تا پایان شبیه سازی تنها به حدود $۰/۹۰$ متر می رسد با شاخص ITAE بسیار بزرگ $۱۷/۴$ و کنترل کننده MPC نیز در حدود $۰/۹۴$ متر باقی می ماند و به طور کامل به صفر همگرا نمی شوند. این نتیجه نشان می دهد که در شرایط افزایش شدید جرم، کنترل کننده های مدل-محور غیر تطبیقی به شدت افت عملکرد دارند، اما روش پیشنهادی به کمک بازسازی برخط جرم، عملکرد مطلوب خود را حفظ می کند.

جدول ۱۰: شاخص های عملکرد تحت تغییر $\pm ۵۰\%$ جرم

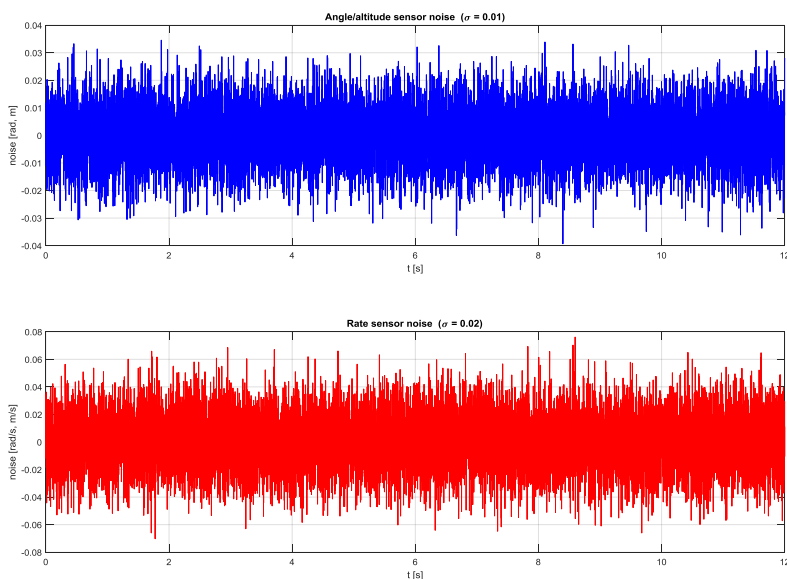
حالت	شاخص	پیشنهادی	MPC	SMC
جرم: $۰/۳۷$ (-۵۰%)	RMSE	$۰/۳۹۵۹$	$۰/۱۲۶۱$	$۰/۱۶۸۴$
	ITAE	$۳/۸۲۶$	$۱/۷۰۱$	$۵/۵۶۱$
	فراجاهش (%)	۰	۰	$۷/۷۱$
	ارتفاع نهایی (m)	$۰/۹۹۸$	$۰/۹۸۷$	$۱/۰۷۷$
	تخمین نهایی جرم	$۰/۳۷۰$	-	-
جرم: $۱/۱۱$ ($+۵۰\%$)	RMSE	$۰/۳۱۹۵$	$۰/۱۹۱۳$	$۰/۵۳۰۸$
	ITAE	$۳/۸۵۳$	$۷/۱۴۷$	$۱۷/۴۳$
	زمان نشست (s)	$۷/۹۷$	۱۲ (همگرا نشده است.)	۱۲ (همگرا نشده است.)
	ارتفاع نهایی (m)	$۰/۹۹۸$	$۰/۹۴۲$	$۰/۹۰۴$
	تخمین نهایی جرم	$۱/۱۰۷$	-	-

نتایج جدول ۱۰ نشان می دهد که هیچ یک از سه روش در هر دو سناریو برتری مطلق ندارد. در حالت کاهش جرم، کنترل کننده MPC از نظر معیارهای خطای ارتفاع عملکرد بهتری دارد، اما این برتری تنها زمانی برقرار است که جرم واقعی از مقدار اسمی کمتر شده باشد. در حالت افزایش جرم، برتری روش پیشنهادی آشکار می شود: این روش تنها کنترل کننده ای است که ارتفاع را به طور کامل به مرجع می رساند و کوچک ترین مقدار ITAE را نیز دارد، درحالی که این مقدار برای SMC بیش از چهار برابر و برای MPC نیز به طور محسوسی بزرگ تر است. با این حال، مهم ترین وجه تمایز فراتر از این اعداد است: روش پیشنهادی تنها روشی است که مقدار واقعی جرم تغییر یافته را به صورت برخط

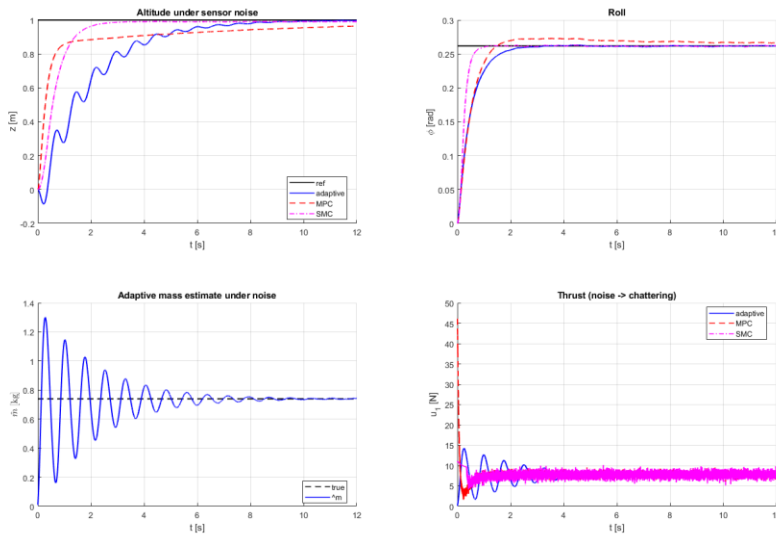
بازسازی می‌کند. در ادامه، اثر عوامل نامطلوب اندازه‌گیری و محیطی، یعنی نویز حسگر و اغتشاش خارجی، ارزیابی می‌شود.

۴-۳-۵ تحلیل مقاومت در برابر نویز اندازه‌گیری

در کاربردهای واقعی، سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط حسگرها همواره با نویز همراه‌اند. در این بخش، مقاومت روش پیشنهادی در برابر نویز اندازه‌گیری بررسی و با کنترل‌کننده‌های MPC و SMC مقایسه می‌شود. برای این منظور، به تمامی حالت‌های اندازه‌گیری شده (زوایا، ارتفاع و نرخ‌های آن‌ها) که کنترل‌کننده از آن‌ها استفاده می‌کند، نویز گاوسی سفید با میانگین صفر افزوده شد، درحالی‌که دینامیک واقعی سامانه بدون نویز باقی می‌ماند. انحراف معیار نویز برای سیگنال‌های وضعیت و ارتفاع برابر 0.01 (به ترتیب برحسب رادیان و متر) و برای سیگنال‌های نرخ برابر 0.02 در نظر گرفته شد. شکل ۹ نمونه‌ای از سیگنال‌های نویز تزریق شده به اندازه‌گیری‌ها را نشان می‌دهد. برای تکرارپذیری نتایج، دانه تصادفی ثابت نگه داشته شد و هر سه کنترل‌کننده تحت نویز یکسان ارزیابی شدند.



شکل ۹: نویز اندازه گیری تزریق شده (بالا: زوایا و ارتفاع، $\sigma = 0.01$ ؛ پایین: نرخ‌ها، $\sigma = 0.02$)



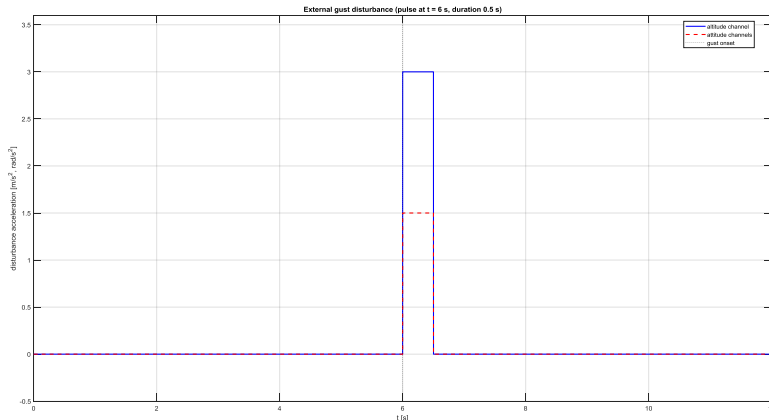
شکل ۱۰: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در حضور نویز اندازه‌گیری

مطابق شکل ۱۰، بارزترین تفاوت میان کنترل‌کننده‌ها در سیگنال رانش آشکار می‌شود. در کنترل‌کننده‌های MPC و SMC، نویز اندازه‌گیری به‌طور مستقیم به سیگنال کنترلی منتقل شده و نوسانات فرکانس-بالای شدیدی (چترینگ) در رانش پدید می‌آورد؛ این پدیده به‌ویژه در SMC به دلیل ماهیت بخش سوئیچینگ آن، و در MPC به دلیل بهره‌های بالای کنترلی، مشهود است. در مقابل، سیگنال رانش روش پیشنهادی پس از گذرای اولیه به‌صورت هموار و تقریباً عاری از چترینگ باقی می‌ماند. این تفاوت از دیدگاه عملی اهمیت زیادی دارد، زیرا چترینگ رانش در عمل به سایش عملگرها، افزایش مصرف انرژی و تحریک دینامیک‌های مدل-نشده سامانه می‌انجامد. افزون بر این، مطابق پل تخمین جرم، قانون تطبیق روش پیشنهادی با وجود نویز، همچنان مقدار جرم را به‌درستی و به‌صورت هموار به مقدار واقعی (0.74 کیلوگرم) همگرا می‌کند که مقاومت این قانون را در برابر نویز نشان می‌دهد. با این حال، باید توجه داشت که در شاخص‌های خطای کانال ارتفاع، کنترل‌کننده‌های MPC و SMC مقادیر کمتری دارند، این امر ناشی از نوسان گذرای اولیه بزرگ‌تر روش پیشنهادی در کانال ارتفاع است، نه ناشی از حساسیت بیشتر آن به نویز. بنابراین برتری روش پیشنهادی در این سناریو، عمدتاً در کیفیت سیگنال کنترلی و همواری آن نمایان می‌شود.

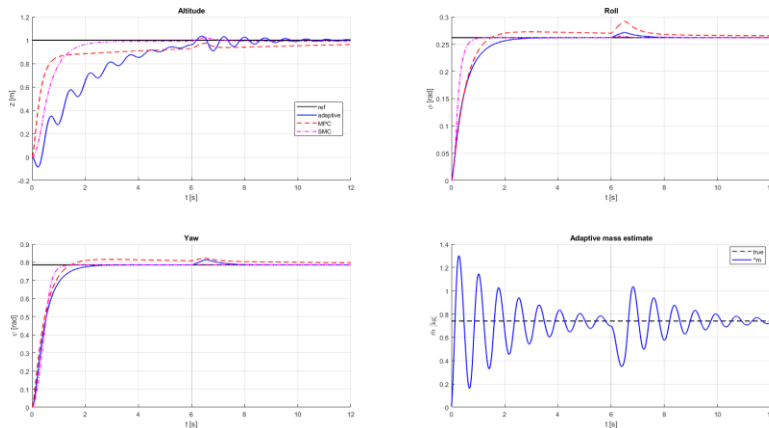
۵-۳-۵ تحلیل مقاومت در برابر اغتشاش خارجی

در پرواز واقعی، کوادروتور همواره در معرض اغتشاش‌های خارجی مانند وزش باد قرار دارد. در این بخش، مقاومت روش پیشنهادی در برابر یک اغتشاش گذرا (تندباد) بررسی و با کنترل‌کننده‌های MPC و SMC مقایسه می‌شود. اغتشاش به‌صورت یک پالس شتاب با دامنه نسبتاً بزرگ که در لحظه $t = 6s$ و به مدت 0.5 ثانیه بر کانال‌های ارتفاع و وضعیت اعمال می‌شود،

مدل شده است. این پالس مشابه یک تندباد ناگهانی در میانه پرواز است و توانایی هر کنترل کننده در دفع سریع اغتشاش و بازگشت به مرجع را می‌سنجد. سیگنال اغتشاش اعمال شده در شکل ۱۱ نشان داده شده است. این اغتشاش یک پالس شتاب با دامنه ۳ (برحسب متر بر مجذور ثانیه) بر کانال ارتفاع و ۱/۵ (برحسب رادیان بر مجذور ثانیه) بر کانال‌های وضعیت. پاسخ سه کنترل کننده در حضور این اغتشاش در شکل ۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۱: پروفایل اغتشاش تندباد اعمال شده در بازه $t = [6, 6.5]$.



شکل ۱۲: پاسخ کنترل کننده‌ها به اغتشاش تندباد (خط چین عمودی: لحظه اعمال)

مطابق شکل ۱۲، هر سه کنترل کننده در لحظه اعمال تندباد $t = 6s$ ثانیه (دچار انحراف موقت از مرجع می‌شوند، اما هر سه اغتشاش را دفع کرده و به مقادیر مرجع بازمی‌گردند. این موضوع پایداری هر سه روش، از جمله روش پیشنهادی، را در برابر اغتشاش خارجی تأیید می‌کند. با این حال، مهم‌ترین مشاهده در فرایند تخمین جرم قرار دارد در لحظه اعمال تندباد، تخمین جرم روش پیشنهادی به‌طور موقت منحرف می‌شود، زیرا قانون تطبیق بخشی از اثر اغتشاش را به تغییر جرم

نسبت می‌دهد، اما پس از پایان تندباد، تخمین جرم بار دیگر به مقدار واقعی (0.74 کیلوگرم) بازمی‌گردد. این رفتار خودترمیم، ویژگی منحصر به فرد روش تطبیقی است که در کنترل‌کننده‌های MPC و SMC وجود ندارد، زیرا این روش‌ها اصولاً پارامتری را تخمین نمی‌زنند. در کانال‌های وضعیت (غلت و سمت)، اثر تندباد کوچک و کوتاه است و هر سه کنترل‌کننده به سرعت آن را جبران می‌کنند. لازم به ذکر است که در شاخص‌های خطای کانال ارتفاع، کنترل‌کننده‌های مدل-محور مقادیر کمتری دارند که ناشی از نوسان گذرای اولیه بزرگ‌تر روش پیشنهادی است، نه ضعف آن در دفع اغتشاش شاخص‌های کمی عملکرد سه کنترل‌کننده در حضور اغتشاش، به همراه معیار بیشینه انحراف ارتفاع پس از تندباد، در جدول ۱۱ ارائه شده است.

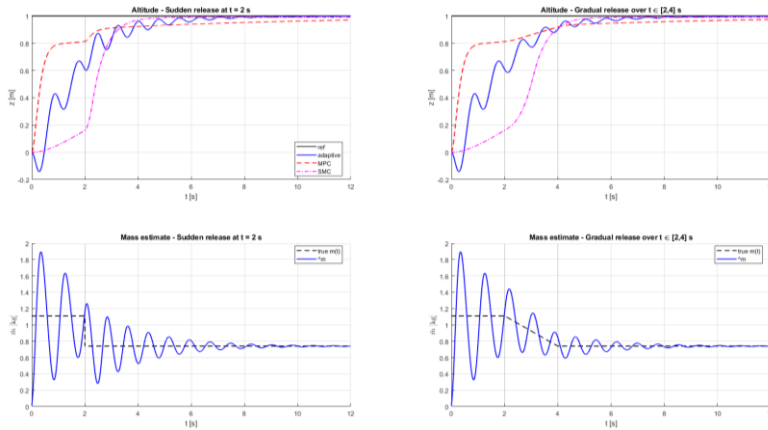
جدول ۱۱: شاخص‌های کانال ارتفاع در حضور اغتشاش تندباد

شاخص عملکرد (کانال ارتفاع)	پیشنهادی	MPC	SMC
RMSE	0.3077	0.1543	0.1908
ISE	$1/136$	0.2853	0.4364
ITAE	$3/956$	$4/361$	$1/010$
زمان نشست (s)	$9/18$	۱۲ (عدم همگرایی)	$6/60$
تلاش کنترلی	$743/6$	$751/3$	$710/3$
بیشینه انحراف ارتفاع پس از تندباد (m)	0.091	0.072	0.023

شاخص‌های جدول ۱۱ نشان می‌دهند که در دفع سریع تندباد کانال ارتفاع، کنترل‌کننده SMC بهترین عملکرد را دارد (کمترین بیشینه انحراف پس از تندباد، برابر 0.023 متر)؛ این نتیجه با ماهیت مقاوم ذاتی کنترل‌کننده مدله‌گزینی سازگار است که به‌طور خاص برای دفع اغتشاش طراحی شده است. روش پیشنهادی و MPC نیز اغتشاش را دفع می‌کنند، اما با انحراف بیشتری. بنابراین اگرچه روش پیشنهادی در سرعت دفع تندباد بهترین نیست، پایداری و قابلیت تطبیق آن در برابر اغتشاش خارجی حفظ می‌شود.

۵-۳-۶ تحلیل مقاومت در برابر رهاسازی بار در حین پرواز

در بسیاری از کاربردهای واقعی کوادروتور، مانند حمل و رهاسازی محموله، جرم سامانه در حین پرواز تغییر می‌کند. این سناریو، که سخت‌ترین آزمون برای عدم قطعیت جرم است، توانایی کنترل‌کننده‌ها را در مواجهه با جرم متغیر با زمان می‌سنجد. دو حالت بررسی شد: رهاسازی ناگهانی بار در لحظه $t = 2s$ (کاهش پله‌ای جرم از $1/11$ به 0.74 کیلوگرم) و رهاسازی تدریجی بار در بازه ۲ تا ۴ ثانیه (کاهش خطی جرم). در هر دو حالت، مدل داخلی هر سه کنترل‌کننده جرم اسمی ثابت (0.7 کیلوگرم) را فرض می‌کند و از تغییر جرم بی‌اطلاع است. پاسخ سه کنترل‌کننده و همگرایی تخمین جرم روش پیشنهادی برای هر دو حالت در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳: پاسخ به رهاسازی ناگهانی (ستون چپ) و تدریجی (ستون راست) بار

مطابق شکل ۱۳، قانون تطبیق در هر دو حالت، جرم متغیر با زمان را به درستی دنبال می کند. در رهاسازی ناگهانی، تخمین در حدود ۲ ثانیه پس از پله جرم به مقدار جدید (۷۴/۰ کیلوگرم) می رسد و در رهاسازی تدریجی، شیب کاهش جرم را در بازه [۴,۲] ثانیه با تأخیری اندک تعقیب می کند. متناسب با این تخمین، فرمان نیروی رانش نیز به صورت خودکار از حدود ۱۱ به حدود ۷ نیوتن کاهش می یابد، بی آنکه ناپایداری یا گذرای شدیدی در پاسخ ایجاد شود.

در کانال ارتفاع، تفاوت رفتار سه کنترل کننده ریشه در ساختار آن ها دارد. روش پیشنهادی پس از تغییر جرم، منبع اصلی خطا یعنی خود جرم را باز تخمین می زند و از این رو ارتفاع در حدود ۷ ثانیه بدون خطای ماندگار به مرجع می نشیند. در مقابل، SMC تغییر جرم را صرفاً به عنوان یک اغتشاش همسان می بیند و چون عدم تطابق از کران طراحی لایه مرزی فراتر می رود، پاسخ آن کند و نوسانی است. MPC نیز ناچار است عدم تطابق مدل داخلی (جرم اسمی نادرست) را تنها از مسیر حالت انتگرالی کند خود جبران کند و به همین دلیل تا پایان بازه ۱۲ ثانیه ای شبیه سازی به طور کامل همگرا نمی شود. شاخص های کمی عملکرد سه کنترل کننده برای هر دو حالت رهاسازی در جدول ۱۲ ارائه شده است.

جدول ۱۲: شاخص‌های عملکرد در سناریوهای رهاسازی بار

حالت	شاخص	پیشنهادی	MPC	SMC
رهاسازی ناگهانی (در $t = 2$)	RMSE	۰/۳۱۱۹	۰/۱۶۹۸	۰/۴۱۱۷
	ISE	۱/۱۶۷	۰/۳۴۵۳	۲/۰۳۴
	ITAE	۲/۸۷۷	۳/۹۶۹	۳/۸۰۵
	زمان نشست (s)	۶/۸۶	۱۲ (همگرا نشده است.)	۴/۳۲
	تخمین نهایی جرم	۰/۷۴۲	-	-
رهاسازی تدریجی [2, 4]	RMSE	۰/۳۱۵۷	۰/۱۷۳۲	۰/۴۴۳۹
	ISE	۱/۱۹۵	۰/۳۵۹۴	۲/۳۶۴
	ITAE	۳/۰۴۸	۳/۸۴۷	۵/۱۷۴
	زمان نشست (s)	۷/۰۹	۱۲ (همگرا نشده است.)	۵/۰۱
	تخمین نهایی جرم	۰/۷۳۷	-	-

شاخص‌های جدول ۱۲ سه نکته مهم را نشان می‌دهد. نخست، روش پیشنهادی در هر دو حالت رهاسازی از نظر تمامی شاخص‌های خطا (RMSE, ISE و ITAE) به‌وضوح از SMC بهتر عمل می‌کند. برای نمونه در حالت رهاسازی ناگهانی، خطای RMSE ارتفاع برای روش پیشنهادی حدود ۰/۳۱ متر است، در حالی که این خطا برای SMC به حدود ۰/۴۱ متر می‌رسد، یعنی در این روش حدود ۲۵ درصد کاهش خطا داریم. افزون بر این، SMC روی مقداری غیر از مرجع تثبیت می‌شود و کوچک‌بودن زمان نشست آن صرفاً به معنای رسیدن سریع‌تر به یک مقدار نادرست است. دوم، اگرچه MPC از نظر RMSE و ISE مقادیر کمتری دارد، این اعداد نباید به‌تنهایی ملاک قرار گیرند. پاسخ MPC در کل بازه ۱۲ ثانیه‌ای هرگز به مقدار مطلوب نمی‌نشیند و شاخص ITAE آن که خطای باقی‌مانده در بازه‌های پایانی را با وزن بیشتری لحاظ می‌کند، از روش پیشنهادی بزرگ‌تر است. به بیان دیگر، RMSE کوچک MPC حاصل گذرای اولیه آرام‌تر آن است و همگرایی نهایی را در بازه مذکور تضمین نمی‌کند. سوم و مهم‌تر از همه، تنها روش پیشنهادی مقدار جرم متغیر را در حین پرواز بازسازی می‌کند. این قابلیت در مأموریت‌های حمل و تحویل محموله اهمیت عملی مستقیمی دارد: لحظه و اندازه تغییر جرم از پیش معلوم نیست و ممکن است پله‌ای یا تدریجی رخ دهد، کنترل‌کننده پیشنهادی بدون هیچ اطلاع قبلی هر دو پروفایل را دنبال می‌کند و در عمل، عدم قطعیت جرم را از یک اغتشاش مخرب به کمیتی قابل اندازه‌گیری برخط تبدیل می‌سازد.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله پایداری سازی ارتفاع و وضعیت کوادروتور در حضور جرم نامعلوم با یک کنترل‌کننده پس گام انتگرال گیر تطبیقی حل شد که در آن، جرم از طریق قانون تطبیق مبتنی بر

لیاپانوف به صورت برخط تخمین زده می شود.

یافته های کمی را می توان چنین جمع بندی کرد. در شرایط اسمی، زوایای وضعیت حدود $1/8$ تا $2/2$ ثانیه و ارتفاع در حدود ۸ ثانیه، هر دو بدون فراجاهش، به مراجع همگرا شدند و تخمین جرم با خطای نهایی کمتر از $0/1$ درصد به مقدار واقعی $0/74$ کیلوگرم رسید. مقایسه با چهار کنترل کننده مرجع نشان داد هیچ روشی در تمامی معیارها برتری مطلق ندارد. MPC و SMC به دلیل نداشتن گذرای ناشی از فرایند تخمین، در شرایط اسمی خطای ردیابی کمتری دارند، اما روش پیشنهادی، برخلاف پس گام غیر تطبیقی، فاقد خطای ماندگار است (ارتفاع نهایی $0/998$ متر، در حالی که روش غیر تطبیقی در $0/626$ متر متوقف می ماند) و تنها روشی است که مقدار واقعی جرم را بازسازی می کند در شرایط غیر اسمی، با افزایش ۵۰ درصدی جرم، تنها روش پیشنهادی ارتفاع را به طور کامل به مرجع رساند و شاخص ITAE آن ($3/85$) کمتر از یک چهارم مقدار متناظر برای SMC ($17/43$) بود. در سناریوهای رهاسازی ناگهانی و تدریجی بار نیز تخمین گر تطبیقی مقدار جدید جرم را در حدود ۲ ثانیه دنبال کرد و فرمان رانش به صورت خودکار از حدود ۱۱ به حدود ۷ نیوتن تنظیم شد، بدون آنکه ناپایداری یا گذرای شدیدی در پاسخ ها ایجاد شود.

در به کارگیری عملی روش پیشنهادی، سه محدودیت باید مدنظر قرار گیرد. نخست، کیفیت گذرای پاسخ ارتفاع به انتخاب بهره تطبیق وابسته است. به گونه ای که مقادیر کوچک این بهره، اگرچه زمان نشست نهایی را چندان تغییر نمی دهند، فروجهش اولیه بزرگتری ایجاد می کنند و مقادیر بزرگ آن به نوسان فرکانس بالای تخمین می انجامد. دوم، در ساختار حاضر تنها جرم تخمین زده می شود و ممان های اینرسی و ضرایب آیرودینامیکی معلوم فرض شده اند، خطا در این پارامترها می تواند عملکرد کانال های وضعیت را تحت تأثیر قرار دهد. سوم، به دلیل استفاده از اصل هم ارزی قطعیت، پاسخ ارتفاع در مرحله ابتدایی تخمین فروجهش گذرای را تجربه می کند که در پرواز در ارتفاع پایین حائز اهمیت است؛ همچنین رانش گذرای نسبتاً بالای لحظات اولیه، حساسیت روش را به محدودیت شدید عملگر بیشتر می کند.

بر این اساس، تعمیم قانون تطبیق به تخمین هم زمان سایر پارامترهای نامعلوم شامل ممان های اینرسی و ضرایب آیرودینامیکی، توسعه روش از مسئله پایدارسازی به ردیابی مسیر و در نهایت اعتبارسنجی تجربی کنترل کننده روی مدل واقعی، از پژوهش های آینده این کار به شمار می رود.

۷- تشکر و قدردانی

در این قسمت نویسندگان می توانند در صورت لزوم مراتب تشکر و قدردانی خود را از حامیان تحقیق که به صورت غیرمستقیم در پیشبرد آن نقش داشته اند، بیان کنند.

۸- تعارض منافع

نویسنده (گان) اعلام می دارند که در مورد انتشار این مقاله تضاد منافع وجود ندارد. علاوه بر این،

موضوعات اخلاقی شامل سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، سوء رفتار، جعل داده‌ها، انتشار و ارسال مجدد و مکرر توسط نویسندگان رعایت شده است.

۹-دسترسی آزاد

این نشریه دارای دسترسی باز است و اجازه اشتراک (تکثیر و بازآرایی محتوا به هر شکل) و انطباق (بازترکیب، تغییر شکل و بازسازی بر اساس محتوا) را می‌دهد.

۱۰-منابع

- [1] R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke, "Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor," *IEEE Robot. Autom. Mag.*, vol. 19, no. 3, pp. 20–32, 2012, doi: 10.1109/MRA.2012.2206474.
- [2] F. Kendoul, "Survey of advances in guidance, navigation, and control of unmanned rotorcraft systems," *J. Field Robot.*, vol. 29, no. 2, pp. 315–378, Mar. 2012, doi: 10.1002/ROB.20414.
- [3] B. Mettler, "Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft," *Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft*, 2003, doi: 10.1007/978-1-4757-3785-1.
- [4] R. Xu and Ü. Özgüner, "Sliding mode control of a class of underactuated systems," *Automatica*, vol. 44, no. 1, pp. 233–241, Jan. 2008, doi: 10.1016/J.AUTOMATICA.2007.05.014.
- [5] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, "Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3)," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5420–5425, 2010, doi: 10.1109/CDC.2010.5717652.
- [6] "(PDF) Modelling and control of a quad-rotor robot." Accessed: Jul. 11, 2026. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/228673469_Modelling_a_nd_control_of_a_quad-rotor_robot
- [7] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, "PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro Quadrotor," *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2451–2456, 2004, doi: 10.1109/IROS.2004.1389776.
- [8] A. Tayebi and S. McGilvray, "Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 562–571, May 2006, doi: 10.1109/TCST.2006.872519.
- [9] G. M. Hoffmann, H. Huang, S. L. Waslander, and C. J. Tomlin, "Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment," *Collection of Technical Papers - AIAA Guidance*,

- Navigation, and Control Conference 2007*, vol. 2, pp. 1670–1689, 2007, doi: 10.2514/6.2007-6461.
- [10] K. Alexis, G. Nikolakopoulos, and A. Tzes, “Model predictive quadrotor control: Attitude, altitude and position experimental studies,” *IET Control Theory and Applications*, vol. 6, no. 12, pp. 1812–1827, Aug. 2012, doi: 10.1049/IET-CTA.2011.0348.
- [11] A. A. H. Saif, “Quadrotor control using feedback linearization with dynamic extension,” *2009 6th International Symposium on Mechatronics and its Applications, ISMA 2009*, 2009, doi: 10.1109/ISMA.2009.5164788.
- [12] D. Lee, H. J. Kim, and S. Sastry, “Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter,” *Int. J. Control Autom. Syst.*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, Jun. 2009, doi: 10.1007/S12555-009-0311-8.
- [13] G. V. Raffo, M. G. Ortega, and F. R. Rubio, “An integral predictive/nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter,” *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 29–39, Jan. 2010, doi: 10.1016/J.AUTOMATICA.2009.10.018.
- [14] Y. C. Choi and H. S. Ahn, “Nonlinear control of quadrotor for point tracking: Actual implementation and experimental tests,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, no. 3, pp. 1179–1192, Jun. 2015, doi: 10.1109/TMECH.2014.2329945.
- [15] A. Eltayeb, M. F. ad Rahmat, and M. A. M. Basri, “Sliding mode control design for the attitude and altitude of the quadrotor UAV,” *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 1–13, Jan. 2020, doi: 10.21307/IJSSIS-2020-011.
- [16] O. Mofid and S. Mobayen, “Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties,” *ISA Trans.*, vol. 72, pp. 1–14, Jan. 2018, doi: 10.1016/J.ISATRA.2017.11.010.
- [17] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro Quadrotor,” *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2005, pp. 2247–2252, 2005, doi: 10.1109/ROBOT.2005.1570447.
- [18] M. Labbadi and M. Cherkaoui, “Robust adaptive backstepping fast terminal sliding mode controller for uncertain quadrotor UAV,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 93, Oct. 2019, doi: 10.1016/J.AST.2019.105306.
- [19] muhammad maaruf, M. Gulzar, and A. N. Abubakar, “Adaptive Backstepping and Sliding Mode Control of a Quadrotor,” Jan. 2024, doi: 10.21203/RS.3.RS-3841025/V1.

- [20] T. Madani and A. Benallegue, "Backstepping control for a quadrotor helicopter," *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3255–3260, 2006, doi: 10.1109/IROS.2006.282433.
- [21] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Full control of a quadrotor," *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 153–158, 2007, doi: 10.1109/IROS.2007.4399042.
- [22] M. A. Mohd Basri, A. R. Husain, and K. A. Danapalasingam, "Enhanced Backstepping Controller Design with Application to Autonomous Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle," *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 79, no. 2, pp. 295–321, Aug. 2015, doi: 10.1007/S10846-014-0072-3.
- [23] Z. Zuo, "Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor," *IET Control Theory & Applications*, vol. 4, no. 11, pp. 2343–2355, Nov. 2010, doi: 10.1049/IET-CTA.2009.0336.
- [24] J.-J. E. Slotine and W. Li, "APPLIED NONLINEAR CONTROL," 1991.
- [25] Miroslav. Krstic, Ioannis. Kanellakopoulos, and Petar. Kokotovic, "Nonlinear and adaptive control design," 2010, Accessed: Jul. 12, 2026. [Online]. Available: <https://www.wiley.com/en-us/nonlinear-and-adaptive-control-design-p-9780471127321>
- [26] Z. T. Dydek, A. M. Annaswamy, and E. Lavretsky, "Adaptive control of quadrotor UAVs: A design trade study with flight evaluations," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 1400–1406, 2013, doi: 10.1109/TCST.2012.2200104.
- [27] Amirzdeh, M., Hosseini Moradi, S. A. and ghobadi, N. (2023). Real Time Detection of Multi-Rotor Unmanned Aerial Vehicle Using YOLOv5 Optimized Algorithm. *Journal of Advanced Defense Science & Technology*, 14(1), 11-22.
- [28] B. Zhao, B. Xian, Y. Zhang, and X. Zhang, "Nonlinear Robust Adaptive Tracking Control of a Quadrotor UAV Via Immersion and Invariance Methodology," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 5, pp. 2891–2902, May 2015, doi: 10.1109/TIE.2014.2364982.