

ISSN: 2821-157X		https://www.jasd.khadu.ir	
	Journal of Aerospace Defense Volume 3, Issue 3 Winter P.P. 44-57		
Research Paper; 			
Investigation of the phase matching condition in the generation of second harmonic by the Wiggler magnetic field in plasma blades in successive reflections with aerospace defense application Seyed Ali Hosseini Moradi¹,			
1. Corresponding Author, Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Khatam Al-Anbiya Air Defense University, Tehran,			
Article Information		Abstract	
Accepted: 2024/09/19		Longitudinal generation plays an important role in detecting and tracking targets in pulse-Doppler radars and long-range radars, which use low frequencies and are used in a variety of radar, sonar, communication, electronic warfare, and laser systems. Second harmonic generation can help improve the performance of radar, laser imaging, communication, and monitoring and tracking systems. In this paper, the second harmonic generation is investigated by propagating a short laser pulse in a cold, low-density plasma in the presence of a Wiggler magnetic field, considering the effects of collisions and successive reflections. Using perturbation theory, the components of the first and second harmonic electric field are calculated up to the first order of perturbation, and the effect of successive reflections on the amplitude of the first and second harmonic electric field is examined, and conclusions are drawn by analyzing the desired relationships and drawing the desired diagrams. Finally, the behavior of the harmonic field amplitude for zeroth and first order perturbations in the plasma blade is investigated for different cases and their changes are plotted in terms of different parameters. The results and optimal conditions for different applications are discussed and suggestions are presented.	
Received: 2024/11/15			
Keywords:			
<i>Keyword: Longitudinal and transverse, short pulse, plasma, second harmonic, Wigler field-Aerospace defense</i>			
Corresponding Author : Physicplasma2011@gmail.com			
HOW TO CITE: S. A. Hosseini Moradi, Investigation of the phase matching condition in the generation of second harmonic by the Wiggler magnetic field in plasma blades in successive reflections with aerospace defense application, Journal of Aerospace Defense Vol. 3, No. 4, 1403			

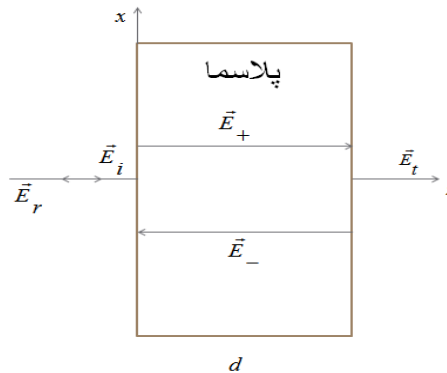
ISSN: 2821-157X		https://www.jasd.khadu.ir	
	فصلنامه علمی دفاع هوافضایی دوره ۳، شماره ۳ زمستان صص ۴۴-۵۷		
مقاله پژوهشی؛ 			
بررسی شرط انطباق فاز در فرایند تولید هارمونیک دوم توسط میدان مغناطیسی ویگلر در تیغه‌های پلاسمایی در انعکاس‌های متوالی با کاربرد دفاع هوافضایی سیدعلی حسینی مرادی^۱ ۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء(ص)، تهران،			
چکیده		اطلاعات مقاله	
تولید امواج طولی نقش مهمی در تشخیص و ردیابی اهداف در رادارهای پالس داپلر و رادارهای برد بلند، که با فرکانس پایین استفاده می‌کنند و در انواع مختلف سیستم‌های راداری، سونار، ارتباطی، جنگ الکترونیک و لیزری کاربرد دارند. تولید هارمونیک دوم می‌تواند به بهبود عملکرد سیستم‌های راداری، تصویربرداری لیزری، ارتباطی و پایش و ردیابی کمک کند. در این مقاله، نحوه‌ی تولید هماهنگ دوم در اثر انتشار یک پالس کوتاه لیزر در یک پلاسمای سرد کم چگال در حضور میدان مغناطیسی ویگلر با توجه به اثرات برخورد و انعکاس‌های متوالی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از تئوری اختلال مؤلفه‌های میدان الکتریکی هماهنگ اول و دوم را تا مرتبه اول اختلال محاسبه نموده و تأثیر انعکاس‌های متوالی را بر روی دامنه میدان الکتریکی هماهنگ‌های اول و دوم را بررسی کرده و با تجزیه و تحلیل روابط مورد نظر و رسم نمودارهای مورد نظر نتیجه‌گیری صورت می‌گیرد. نهایتاً، رفتار دامنه‌ی میدان هماهنگ‌ها برای اختلال مرتبه‌ی صفر و اول در تیغه پلاسمایی برای حالات مختلف بررسی شده و تغییرات آنها را برحسب پارامترهای مختلف رسم کرده و در مورد نتایج و شرایط بهینه برای کاربردهای مختلف بحث نموده و پیشنهاداتی ارائه می‌شود.		تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۲۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۵	
		کلیدواژه‌ها:	
		کلید واژه: امواج طولی و عرضی، پالس کوتاه لیزر، پلاسمای هماهنگ دوم، میدان ویگلر-دفاع هوافضایی	
		نویسنده مسئول: ایمیل: Physicplasma2011@gmail.com	
استناد: سیدعلی حسینی مرادی بررسی شرط انطباق فاز در فرایند تولید هارمونیک دوم توسط میدان مغناطیسی ویگلر در تیغه‌های پلاسمایی در انعکاس‌های متوالی با کاربرد دفاع هوافضایی مجله علمی پژوهشی دفاع هوافضایی دوره ۲، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۳.			

۱- مقدمه

برهم کنش امواج الکترومغناطیسی با مواد همیشه از موضوعات جالب برای مطالعه بوده است، با توجه به اینکه مواد موجود در جهان تقریباً حالت پلاسمایی دارند، لذا بررسی امواج درون پلاسما و رفتار این امواج درون پلاسما از موضوعات اساسی در جهان می باشد از برهم کنش امواج لیزرهای پرقدرت با پلاسما از اهمیت خاصی برخوردار است [۱]. با توسعه فناوری لیزرهای پرتوان و متمرکز، امکان بهره گیری از آن ها در کاربردهای دفاعی و نظامی از جمله سامانه های تسلیحات انرژی مستقیم و لیزرهای ضدپهپاد فراهم شده است [۲]. یکی از بسترهای کلیدی در این حوزه، بررسی برهم کنش نور لیزر با محیط های پلاسماست که می تواند منجر به تولید امواج شوک، شتابدهی ذرات و حتی انفجارهای کنترل شده شود [۳]. کنترل این برهم کنش ها در شرایط مختلف پلاسما، نقش مهمی در بهینه سازی عملکرد سامانه های دفاعی دارد. به ویژه در رژیم های غیرخطی و شدید، شناخت دینامیک انتقال انرژی و نحوه ایجاد ناپایداری ها در پلاسما، برای طراحی دقیق تجهیزات نظامی ضروری است [۴]. مطالعه برهم کنش لیزرهای پرتوان با پلاسما از دهه ۱۹۷۰ میلادی، به ویژه در چارچوب پروژه های همجوشی لیزری آغاز شد، اما به تدریج کاربردهای آن در حوزه های دفاعی نیز مورد توجه قرار گرفت [۵]. یکی از زمینه های اصلی، شتابدهی ذرات باردار توسط فشار تابشی یا میدان های الکتریکی ناشی از ایجاد پلاسما بود که امکان تولید پرتوهای یونیزان با انرژی بالا را فراهم می کرد [۳]. مطالعاتی همچون تحقیقات [۴] نشان دادند که در شدت های بسیار بالا، برهم کنش به رژیم های غیرخطی وارد می شود و باعث بروز پدیده هایی چون شکاف های الکترونی، ناپایداری های موجی و حرارت غیر یکنواخت الکترون ها می گردد. در زمینه نظامی، پژوهش هایی توسط Hora و همکاران به امکان استفاده از این فناوری برای تخریب اهداف در فاصله دور و یا تولید پالس های الکترومغناطیسی با قابلیت تداخل در سامانه های الکترونیکی اشاره کرده اند. با این حال، رفتار پیچیده پلاسما در مقیاس های زمانی و مکانی مختلف، موجب شده است که مدل سازی دقیق و قابل اتکا از این برهم کنش ها همچنان یکی از چالش های اصلی باقی بماند [۶]. بیان مسئله در این مقاله این است که برهم کنش امواج الکترومغناطیسی با پلاسما در حضور یا عدم حضور میدان مغناطیسی چه تاثیری بر نور لیزر خواهد داشت. روش کار بدین صورت است که ابتدا یک تیغه پلاسمایی را در مقابل نور لیزر قرار داده می شود و با توجه به رفتار غیر خطی نور لیزر در پلاسما و با استفاده از اثر اختلال معادلات مربوط به میدان الکتریکی در حضور میدان مغناطیسی و گالر محاسبه شده سپس نمودارها ترسیم می گردند. این پژوهش با هدف مدل سازی و تحلیل پدیده های کلیدی در برهم کنش لیزر با پلاسما، به دنبال توسعه دانش بنیادی مورد نیاز برای تقویت سامانه های دفاعی نوین است.

۲- تولید هارمونیک دوم از پلاسمای غیرمغناطیسی

فرض می‌کنیم که یک پالس لیزر با قطبش خطی P در یک تیغه‌ی پلاسمایی که موج در آن دارای انعکاس‌های متوالی است با چشمه موج الکترومغناطیسی تابشی، در جهت محور X، با بسامد ω در جهت محور Z انتشار می‌یابد. پلاسمای مورد استفاده، یک پلاسمای سرد کم چگال و مطابق شکل (۱) است. در این صورت با استفاده از معادله انتقال جرم، تکانه و ماکسول مربوط به هماهنگ اول و دوم به محاسبه دامنه‌ی میدان داخل تیغه تیغه‌ی پلاسمایی مطابق روابط زیر پرداخته می‌شود [۷، ۸].



شکل (۱) نشان‌دهنده تیغه‌ی پلاسمایی است که میدان الکتریکی به‌صورت عمود بر تیغه تابیده است. و قطبش P و موج TM در نظر گرفته شده است.

میدان موج ورودی بر تیغه‌ی پلاسمایی به‌صورت زیر است:

$$\hat{E}_{1i} = \hat{E}_{i0} e^{i(k_0 z - \omega t)} \quad (1)$$

به‌طوری که $k_0 = \omega/c$ است. میدان الکتریکی داخل تیغه‌ی پلاسمایی به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{E}_1^0 = \left[\hat{E}_{10}^+ e^{i(\hat{k}_1 z - \omega t)} + \hat{E}_{10}^- e^{-i(\hat{k}_1 z + \omega t)} \right] \hat{e}_x \quad (2)$$

علامت‌های مثبت و منفی نشانگر امواجی است که به ترتیب در جهت مثبت و منفی محور Z انتشار می‌یابد به‌طوری که $\hat{k}_1$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{k}_1 = (k_1 + i\alpha_1) \hat{e}_z \quad (3)$$

و مقدار $k_1 = k(\omega)$ و $\alpha_1 = \alpha(\omega)$ است. در تیغه‌ی پلاسمایی مقادارهای $\hat{E}_{10}^+$ و $\hat{E}_{10}^-$ را می‌توان با توجه به انعکاس‌های متوالی به‌صورت زیر به‌دست آورد:

(۴)

$$\hat{E}_{10}^{+0} = \left(\frac{\hat{t}_{12}}{1 - \hat{r}_{21}\hat{r}_{23}e^{-2\alpha d}} \right) \hat{E}_{i0}, \hat{E}_{10}^{-} = \left(\frac{\hat{t}_{12}\hat{r}_{23}}{1 - \hat{r}_{21}\hat{r}_{23}e^{-2\alpha d}} \right) \hat{E}_{i0}$$

با استفاده از قانون القای فارادی می‌توان میدان مغناطیسی برای هارمونیک را به‌دست آورد. سرعت سوق هماهنگ دوم اختلال مرتبه صفرم از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$\hat{V}_2^0 = \hat{\gamma}_2 \hat{E}_2^0 + \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_2 \hat{k}_1}{2\omega} \left((\hat{E}_1^{+0})^2 - (\hat{E}_1^{-0})^2 \right) \hat{e}_z \quad (۵)$$

به‌طوری‌که:

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{e}{im(2\omega + i\nu)}, \hat{\gamma}_1 = \frac{e}{im(\omega + i\nu)} \quad (۶)$$

که در رابطه‌ی (۵) جمله‌ی اول و دوم به‌ترتیب نشان دهنده‌ی مولفه‌های خطی و غیرخطی سرعت می‌باشند. در این مرحله $\hat{V}_2^0$ را در رابطه‌ی (۵) جایگذاری کرده، چگالی جریان برای هماهنگ دوم برابر می‌شود با:

$$\hat{j}_2^0 = -n_0 e \hat{\gamma}_2 \hat{E}_2^0 - \frac{n_0 \hat{k} \hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_2 e}{2\omega} (\hat{E}_1^{+0^2} - \hat{E}_1^{-0^2}) \hat{e}_z \quad (۷)$$

برای محاسبه‌ی $\hat{n}_2$ از معادله‌ی انتقال جرم استفاده می‌کنیم با این توضیح که چون محاسبات برای هماهنگ دوم انجام می‌شود می‌توانیم در محاسبات به‌جای $\frac{\partial}{\partial t}$ مقدار $-2i\omega$ را قرار دهیم.

$$\hat{n}_2^0 = \frac{n_0}{2i\omega} \left[\hat{\gamma}_2 \vec{\nabla} \cdot \hat{E}_2^0 + \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_2 \hat{k}}{2\omega} \vec{\nabla} \cdot (\hat{E}_1^{+0^2} - \hat{E}_1^{-0^2}) \right] \hat{e}_z \quad (۸)$$

برای محاسبه‌ی $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \hat{E})$ از رابطه‌ی مربوط به قانون گاوس برای هماهنگ دوم استفاده شده است.

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{E}_2^0 = -4\pi e \left[\gamma_2 \frac{n_0}{2i\omega} \vec{\nabla} \cdot \hat{E}_2^0 + \frac{n_0 \gamma_1 \gamma_2 k}{4i\omega^2} \vec{\nabla} \cdot (\hat{E}_1^{+0^2} - \hat{E}_1^{-0^2}) \right] \hat{e}_z \quad (۹)$$

نهایتاً معادله‌ی دامنه‌ی حاکم بر هماهنگ دوم بدون اختلال به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{E}_2^0 = i \frac{ek_1 \omega_p^2}{4m\omega^2 (2\omega + i\nu)(\omega + i\nu)\epsilon_2} (\hat{E}_1^{+0^2} - \hat{E}_1^{-0^2}) \hat{e}_z \quad (۱۰)$$

(۱۱)

تعریف کمیت‌های بدون بعد $\hat{E}_2^{0s} = \left(\hat{E}_{20}^{+0s} e^{2i(k_1 z - \omega t)} - \hat{E}_{20}^{-0s} e^{-2i(k_1 z + \omega t)} \right) \hat{e}_z$ بعد

به‌صورت زیر:

$$\Omega_b = \frac{\omega_b}{\omega}, \Omega_t = \frac{\nu}{\omega}, \Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega} \quad (12)$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{20}^{+0s} &= \frac{ie\Omega_p^4 \hat{k}_1}{4m\hat{\epsilon}_2(2+i\Omega_t)(1+i\Omega_t)\omega_p^2} E_{10}^{+2} \\ \hat{E}_{20}^{-0s} &= \frac{ie\Omega_p^4 \hat{k}_1}{4m\hat{\epsilon}_2(2+i\Omega_t)(1+i\Omega_t)\omega_p^2} E_{10}^{-2} \end{aligned} \quad (13)$$

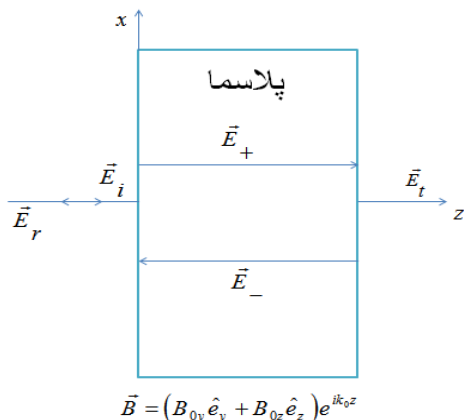
به طوری که اندیس صفر پایین نشانگر دامنه و اندیس صفر بالا نشانگر مرتبه‌ی صفرم اختلال است و شاخص S مشخصه جواب خصوصی است. همان طور که دیده می شود راستای انتشار موج در جهت میدان الکتریکی می باشد. پس جواب خصوصی معادله‌ی موج، طولی می باشد.

۳- تولید هماهنگ دوم از پلاسمای مغناطیسی در تابش عمودی

در این مرحله، محاسبات را برای هماهنگ دوم در یک تیغه‌ی پلاسمایی که موج دارای انعکاس‌های متوالی است انجام می شود. چشمه موج الکترومغناطیسی تابشی، دارای قطبش خطی P و جهت انتشار موج در صفحه XZ است و راستای انتشار موج در جهت محور Z در نظر گرفته شده است. پلاسمای مورد استفاده، یک پلاسمای سرد مغناطیسی کم چگال و دارای برخورد است. لذا با فرض کوچک بودن میدان مغناطیسی می توان جواب را به صورت زیر نوشت:

$$\hat{q}_i = \hat{q}_i^0 + \hat{q}_i^1 + \hat{q}_i^2 + \dots \quad (14)$$

به طوری که اندیس بالا مرتبه اختلال (توان میدان مغناطیسی B_0) را نشان می دهد. جواب در حالتی که میدان وجود ندارد در بخش قبل حل و مورد بررسی قرار گرفته است. لذا مسئله را برای اختلال مرتبه اول حل می کنیم پس شاخص ۱ بالای کمیت ها یعنی وابستگی کمیت ها به توان های اول میدان مغناطیسی است [۷۴].



شکل (۲) نشان‌دهنده تیغهی پلاسمایی است که میدان الکتریکی به‌صورت عمود بر تیغه تابیده است. و قطبش P و موج TM در نظر گرفته شده است.

با حل معادله‌ی موج، میدان الکتریکی موج زیر را که مجموعه‌ای از موج طولی و عرضی است، درون تیغهی پلاسمایی بدست می‌آید [۹]:

$$\begin{aligned} \hat{E}_1^+ = & (\hat{f}_1^+ e^{i((\hat{k}_1+k_0)z-\alpha t)} + \hat{f}_1^- e^{-i((\hat{k}_1-k_0)z+\alpha t)}) \hat{e}_z + \\ & (\hat{f}_2^+ e^{i((\hat{k}_1+k_0)z-\alpha t)} + \hat{f}_2^- e^{-i((\hat{k}_1-k_0)z+\alpha t)}) \hat{e}_y \end{aligned} \quad (۱۵)$$

به‌طوری که ضرایب ثابت $\hat{f}_1^+$ و $\hat{f}_1^-$ و $\hat{f}_2^+$ و $\hat{f}_2^-$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$\hat{f}_1^+ = -i \frac{\omega \omega_p^2 \omega_{by}}{2c^2 (\omega + i\nu)^2} E_{10}^+ + \frac{\omega_p^2 \omega_{by}}{2\omega (\omega + i\nu)^2} \hat{\epsilon}_1 (\hat{k}_1 + k_0)^2 E_{10}^+ \quad (۱۶)$$

$$\hat{f}_1^- = -i \frac{\omega \omega_p^2 \omega_{by}}{2c^2 (\omega + i\nu)^2} E_{10}^- + \frac{\omega_p^2 \omega_{by}}{2\omega (\omega + i\nu)^2} \hat{\epsilon}_1 (\hat{k}_1 - k_0)^2 E_{10}^-$$

$$\hat{f}_2^+ = -i \frac{\omega_p^2 \omega_{bz}}{2c^2 (\omega + i\nu)^2} E_{10}^+ , \quad \hat{f}_2^- = -i \frac{\omega_p^2 \omega_{bz}}{2c^2 (\omega + i\nu)^2} E_{10}^- \quad (۱۷)$$

همچنین معادله‌ی حاکم بر قسمت موهومی معادله‌ی هارمونیک دوم مرتبه اختلال اول را داریم:

$$\begin{aligned} (-2i\omega + \nu) \hat{V}_2^1 + \frac{1}{2} \left[\left(\hat{V}_1^0 \cdot \vec{\nabla} \right) \hat{V}_1^1 + \left(\hat{V}_1^1 \cdot \vec{\nabla} \right) \hat{V}_1^0 \right] = \\ -\frac{e}{m} \hat{E}_2^0 - \frac{e}{mc} \hat{V}_2^0 \times \hat{B}_0 - \frac{e}{2mc} \left(\hat{V}_1^0 \times \hat{B}_1^1 + \hat{V}_1^1 \times \hat{B}_1^0 \right) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

با محاسبه تک تک جملات میدان الکتریکی هماهنگ دوم اختلال مرتبه اول را از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

(۱۹)

$$\begin{aligned} \hat{E}_2^{1s} = & (\hat{E}_{20z}^{1+s} e^{i(2\hat{k}_1+k_0)z-2\alpha t} + \hat{E}_{20z}^{1-s} e^{-i(2\hat{k}_1+k_0)z-2\alpha t} + \hat{E}_{20z}^{1\pm s} e^{-i(k_0 z - \alpha t)}) \hat{e}_z \\ & (\hat{E}_{20x}^{1+s} e^{i(2\hat{k}_1+k_0)z-2\alpha t} + \hat{E}_{20x}^{1-s} e^{-i(2\hat{k}_1+k_0)z-2\alpha t} + \hat{E}_{20x}^{1\pm s} e^{i(k_0 z - \alpha t)}) \hat{e}_x \end{aligned}$$

به طوری که $\hat{E}_{20z}^{1-s}$ و $\hat{E}_{20z}^{1\pm s}$ و $\hat{E}_{20x}^{1+s}$ و $\hat{E}_{20x}^{1-s}$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{20z}^{1+s} = & \frac{\left(\frac{-2i\pi\epsilon_0 m \hat{\gamma}_2^2}{\omega} (2\hat{k}_1 + k_0)^2 + \frac{8i\pi\omega\epsilon_0 m}{c^2} \right) \hat{f}_5^2}{-\left(2\hat{k}_1 + k_0 \right)^2 + 4 \frac{\omega^2}{c^2}} \end{aligned} \quad (۲۰)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_{20z}^{1-s} = & \frac{\left(\frac{-2i\pi\epsilon_0 m \hat{\gamma}_2^2}{\omega} (2\hat{k}_1 - k_0)^2 + \frac{2i\pi\omega\epsilon_0 m}{c^2} \right) \hat{f}_6}{-\left(2\hat{k}_1 - k_0 \right)^2 + 4 \frac{\omega^2}{c^2}} \end{aligned}$$

بررسی شرط انطباق فاز در فرایند تولید هارمونیک دوم توسط میدان مغناطیسی ویگلر در ۵۱/

$$\hat{E}_{20z}^{1\pm s} = \frac{\left(\frac{8i \pi \epsilon n_0 m \hat{\gamma}_2}{\omega} (2\hat{k}_1 - k_0) \hat{f}_7 - \frac{2i \pi \epsilon n_0 m}{\omega} k_0^2 \right)}{-k_0^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon}_2}$$

$$\hat{E}_{20x}^{1+s} = \frac{\left(-\frac{8i \pi \omega \epsilon n_0 \hat{\gamma}_0^2}{2c^3} B_{0y} E_2^{0+} \hat{f}_7 - \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_2 \hat{k}_1}{2\omega} + \frac{8i \pi \omega \epsilon n_0 \hat{\gamma}_2}{2c^3} \hat{f}_3 \right)}{-\left(2\hat{k}_1 + k_0 \right)^2 + 4 \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon}_2}$$

همان‌طور که در معادله‌ی بالا دیده می‌شود میدان الکتریکی در جهت محور X و Z می‌باشد و جهت انتشار موج نیز در راستای محور Z می‌باشد. از این‌رو موج ایجاد شده در تیغه‌ی پلاسما به‌صورت ترکیبی از موج طولی و عرضی است. که نوع عرضی و طولی بودن آن نقش مهمی در کاربرد دفاعی خواهد داشت [۱۰].

۴ جواب عمومی معادلات میدان الکتریکی

جواب عمومی معادله‌ی موج از جمع جواب عمومی معادله‌ی همگن و جواب خصوصی معادله غیرهمگن به‌دست می‌آید. با توجه به شکل (۲)، میدان‌های الکتریکی نواحی چپ و راست تیغه پلاسما را به ترتیب با $\vec{E}_2^L$ و $\vec{E}_2^R$ نشان دهیم، جواب در خلاء را به‌صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\hat{E}_2^L = \hat{E}_{20}^L e^{-2i(k_0 z + \alpha t)}, \hat{E}_2^R = \hat{E}_{20}^R e^{2i(k_0 z - \alpha t)} \quad (21)$$

از طرفی معادله‌ی موج در تیغه پلاسمایی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{E}_2^p = \hat{E}_{20}^{+g} e^{i(\hat{k}_2 z - 2\alpha t)} + \hat{E}_{20}^{-g} e^{-i(\hat{k}_2 z + \alpha t)} + \hat{E}_{20}^{s-} e^{2i(\hat{k}_1 z - \alpha t)} + \hat{E}_{20}^{s-} e^{-2i(\hat{k}_1 z + \alpha t)} \quad (22)$$

به‌طوری که g مشخصه جواب عمومی معادلات همگن است. با توجه به قانون القای فارادی می‌توان میدان مغناطیسی را برای هر کدام از میدان‌های بالا به‌دست آورد:

$$\hat{B}_2^p = \frac{1}{2} \left[\frac{\hat{k}_2}{k_0} (\hat{E}_{2x}^{+g} - \hat{E}_{2x}^{-g}) + 2 \frac{\hat{k}_1}{k_0} (\hat{E}_{2x}^{+s} - \hat{E}_{2x}^{-s}) \right] \hat{e}_y \quad (23)$$

از پیوستگی مولفه‌های عمودی بردار جابه‌جایی الکتریکی در سطوح مرزی خواهیم داشت:

$$\hat{E}_{20z}^L = \hat{\epsilon}_2 \left(\hat{E}_{20z}^{+g} + \hat{E}_{20z}^{-g} + \hat{E}_{20z}^{+s} + \hat{E}_{20z}^{-s} \right) \quad (24)$$

$$\hat{E}_{20z}^R e^{2ik_0 d} = \hat{\epsilon}_2 \left(\hat{E}_{20z}^{+g} e^{i(\hat{k}_2 + k_0)d} + \hat{E}_{20z}^{-g} e^{-i(\hat{k}_2 + k_0)d} + \hat{E}_{20z}^{+s} e^{2i(\hat{k}_1 + k_0)d} + \hat{E}_{20z}^{-s} e^{-2i(\hat{k}_1 - k_0)d} \right) \quad (25)$$

چون میدان الکتریکی درون خلاء عرضی است، لذا مولفه‌ی عمودی میدان الکتریکی درون خلاء صفر است، لذا داریم:

(۲۶)

$$\hat{E}_{20z}^{+g} = \frac{\hat{E}_{20z}^{+s} (e^{2i(\hat{k}_2+k_0)d} - e^{i(\hat{k}_2+k_0)d}) + \hat{E}_{20z}^{-s} (e^{-2i(\hat{k}_1+k_0)d} - e^{i(\hat{k}_2-k_0)d})}{-2i \sin((\hat{k}_2+k_0)d)} \quad (27)$$

$$\hat{E}_{20z}^{-g} = \frac{\hat{E}_{20z}^{+s} (e^{2i(\hat{k}_2-k_0)d} - e^{2i(\hat{k}_1+k_0)d}) + \hat{E}_{20z}^{-s} (e^{i(\hat{k}_2+k_0)d} - e^{-i(\hat{k}_2-k_0)d})}{-2i \sin((\hat{k}_2-k_0)d)}$$

همچنین از پیوستگی مولفه‌های مماسی میدان الکتریکی میدان‌های مغناطیسی در سطوح مرزی خواهیم داشت:

(۲۸)

$$\hat{E}_{20x}^L = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\hat{k}_2}{k_0} + 1 \right) \hat{E}_{20x}^{+g} - \left(\frac{\hat{k}_2}{k_0} - 1 \right) \hat{E}_{20x}^{-g} + \left(\frac{2\hat{k}_1}{k_0} + 1 \right) \hat{E}_{20x}^{+s} - \left(\frac{2\hat{k}_1}{k_0} - 1 \right) \hat{E}_{20x}^{-s} \right] \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_{20x}^R = & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\hat{k}_2}{k_0} + 1 \right) \hat{E}_{20x}^{+g} e^{i(\hat{k}_2+k_0)d} - \left(\frac{\hat{k}_2}{k_0} - 1 \right) \hat{E}_{20x}^{-g} e^{-i(\hat{k}_2-k_0)d} + \right. \\ & \left. \left(\frac{2\hat{k}_2}{k_0} + 2 \right) \hat{E}_{20x}^{+s} e^{2i(\hat{k}_2+k_0)d} - \left(\frac{2\hat{k}_1}{k_0} - 2 \right) \hat{E}_{20x}^{-s} e^{-2i(\hat{k}_1-k_0)d} \right] e^{-i2k_1d} \end{aligned}$$

از حل همزمان دو معادله‌ی (۲۸) و (۲۹)، میدان‌های کلی درون تیغه پلاسما بدست می‌آیند:

(۳۰)

$$\hat{E}_{20x}^{+g} = \frac{2 \left(1 + \frac{\hat{k}_1}{k_0} \right) \left(1 - \frac{\hat{k}_2}{2k_0} \right) (e^{i(2\hat{k}_1+k_0)d} - e^{-i\hat{k}_2d})}{-2i \left(1 - \frac{\hat{k}_2^2}{4k_0^2} \right) \sin(\hat{k}_2d)} \hat{E}_{20x}^{+s} + \frac{\left(\frac{2\hat{k}_1}{k_0} \right) \left(1 - \frac{\hat{k}_2}{2k_0} \right) (e^{-i(2\hat{k}_1-k_0)d} - e^{-i\hat{k}_2d})}{-2i \left(1 - \frac{\hat{k}_2^2}{4k_0^2} \right) \sin(\hat{k}_2d)} \hat{E}_{20x}^{-s}$$

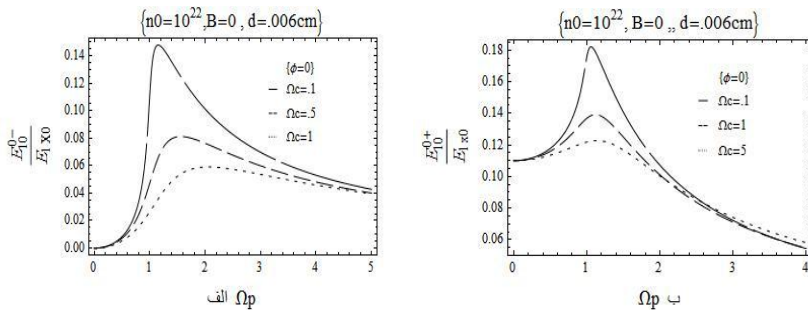
بررسی شرط انطباق فاز در فرایند تولید هارمونیک دوم توسط میدان مغناطیسی ویگلر در ۵۳/ (۳۱)

$$\hat{E}_{20x}^{-g} = \frac{2 \left(1 + \frac{\hat{k}_1}{k_0}\right) \left(1 + \frac{\hat{k}_2}{2k_0}\right) (e^{-i\hat{k}_2 d} - e^{i(2\hat{k}_1 + k_0)d})}{-2i \left(1 - \frac{\hat{k}_2^2}{4k_0^2}\right) \sin(\hat{k}_2 d)} \hat{E}_{20x}^{+s} + \frac{\left(\frac{2\hat{k}_1}{k_0}\right) \left(1 - \frac{\hat{k}_2}{2k_0}\right) (e^{-i\hat{k}_2 d} - e^{-i(2\hat{k}_1 - k_0)d})}{-2i \left(1 - \frac{\hat{k}_2^2}{4k_0^2}\right) \sin(\hat{k}_2 d)} \hat{E}_{20x}^{-s}$$

برای اختلال مرتبه صفرم، E_2^s تنها دارای مولفه‌هایی در راستای محور z است و $\hat{E}_{20x}^{+s}$ و $\hat{E}_{20x}^{-s}$ صفر هستند. در نتیجه $\hat{E}_{20x}^{+g}$ و $\hat{E}_{20x}^{-g}$ هر دو صفر هستند و در نتیجه در خلاء نیز هیچ‌گونه موج هارمونیک دوم وجود ندارد.

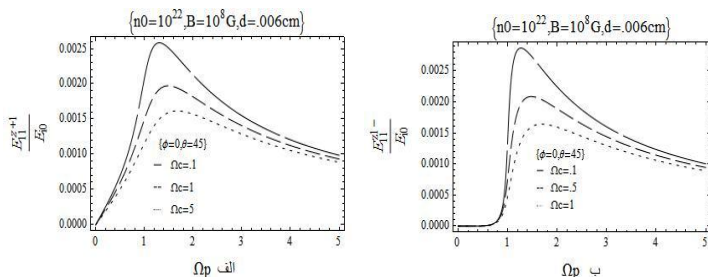
۵- نتایج و بحث

با استفاده از معادله انتقال جرم، تکانه و ماکسول مربوط به هماهنگ اول و دوم در حضور میدان مغناطیسی ویگلر و حالت غیرمغناطیسی به صورت تحلیلی حل و سپس با استفاده از نرم‌افزار متمتیکا دامنه‌ی میدان‌های الکتریکی هارمونیک اول و دوم داخل تیغه تیغه‌ی پلاسمایی ترسیم شد. با توجه به نمودارهای زیر نسبت این دامنه‌ها به دامنه موج ورودی با مشخصات مختلف نمایش می‌دهد.



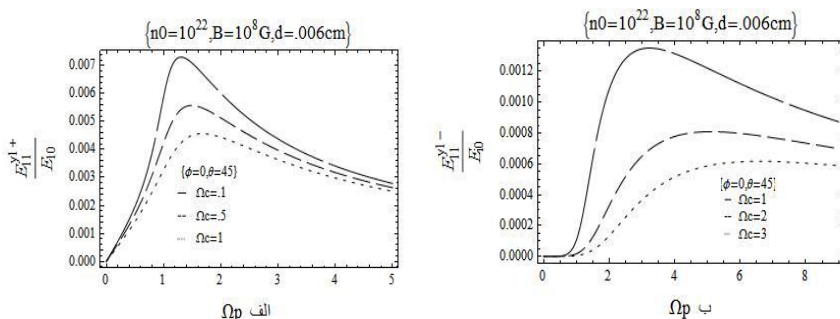
شکل (۳) نمودارهای مولفه‌ی X میدان الکتریکی بر حسب Ω_p در تیغه‌ی پلاسمایی برای هارمونیک اول بدون اثر میدان مغناطیسی با قطبش P (TM)، الف: انتشار موج در جهت مثبت محور Z ب: انتشار موج در جهت منفی محور Z.

در شکل (۳) نسبت دامنه‌های میدان‌های الکتریکی هارمونیک اول به دامنه میدان موج ورودی در تیغه پلاسمایی در عدم حضور میدان مغناطیسی رسم شده اند در این حالت اثرات اختلال در نظر گرفته نشده است.



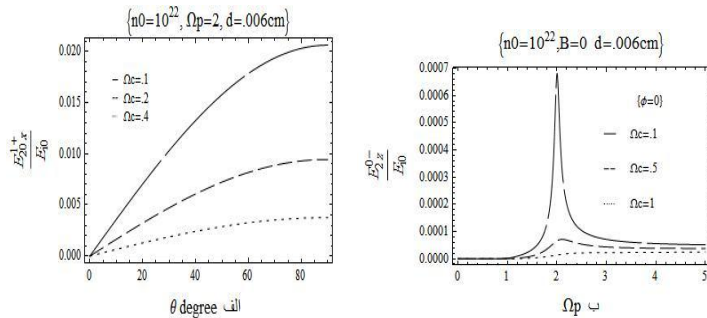
شکل (۴) نمودارهای مولفه Z میدان الکتریکی بر حسب Ω_p در تیغه پلاسمایی برای هارمونیک اول با اثر میدان مغناطیسی برای قطبش P (TM). الف: انتشار موج در جهت مثبت محور Z ب: انتشار موج در جهت منفی محور Z .

در شکل (۴) نسبت دامنه های میدان های الکتریکی هارمونیک اول به دامنه میدان موج ورودی در تیغه پلاسمایی در حضور میدان مغناطیسی و یگزر رسم شده اند. در این حالت اثرات اختلال مرتبه اول نیز در نظر گرفته شده است.



شکل (۵) نمودارهای مولفه Y میدان الکتریکی بر حسب Ω_p در تیغه پلاسمایی برای هارمونیک اول با اثر میدان مغناطیسی برای قطبش P (TM). الف: انتشار موج در جهت مثبت محور Z ب: انتشار موج در جهت منفی محور Z .

در شکل (۵) نسبت دامنه های میدان های الکتریکی عرضی هارمونیک اول به دامنه میدان موج ورودی در تیغه پلاسمایی در حضور میدان مغناطیسی و یگزر رسم شده اند. در این حالت اثرات اختلال مرتبه اول نیز در نظر گرفته شده است. مولفه های میدان عرضی محاسبه شده اند



شکل ۶- مولفه x میدان الکتریکی هارمونیک دوم بر حسب θ با بردار انتشار $2k_1$ در تیغه پلاسمایی با اختلال مرتبه اول و قطبش P الف: انتشار موج در جهت مثبت محور z ب: انتشار موج در جهت منفی در شکل (۶) نسبت دامنه های میدان های الکتریکی هارمونیک دوم به دامنه میدان موج ورودی در تیغه پلاسمایی در حضور میدان مغناطیسی ویگلر رسم شده اند. در این حالت اثرات اختلال مرتبه اول نیز در نظر گرفته شده است.

۶- نتیجه گیری

با تابش عمودی موج الکترومغناطیسی با تیغه پلاسمایی غیرمغناطیسی می توان به این نتیجه رسید که موج در تیغه پلاسمایی فقط به صورت طولی وجود دارد و امواج الکترومغناطیسی وجود ندارند. در یک پلاسمای غیرمغناطیسی به علت همسانگردی، درون آن هیچ گونه هماهنگ زوجی تولید نمی شود و هماهنگ دوم فقط در روی سطح ایجاد می شود. اما وقتی یک میدان مغناطیسی ویگلر در محیط پلازما اعمال می شود. هماهنگ دوم علاوه بر روی سطح، در محیط پلازما نیز تولید می شود. میدان مغناطیسی اعمال شده در پلازما بر روی دامنه میدان الکتریکی هماهنگ های اول و دوم نیز تاثیرگذار است به طوری که با توجه به نمودارهای رسم شده می توان مشاهده کرد که در پلاسمای غیرمغناطیسی، با افزایش فرکانس پلازما از صفر، دامنه ی کل ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد و در نهایت به صفر میل می کند. در صورتی که در حالتی که پلازما مغناطیسی باشد با افزایش فرکانس پلازما، دامنه میدان زودتر کاهش می یابد، این تغییر رفتار ناشی از تاثیر میدان مغناطیسی در محیط پلازما است. در مورد تاثیر میدان مغناطیسی بر روی بازده توان انعکاسی هماهنگ دوم، می توان از مقایسه ی شکل های (۵) و (۶) و روابط (۱۹) تا (۲۰) به این نتیجه رسید که اعمال میدان مغناطیسی باعث افزایش بازدهی توان انعکاسی می شود و دامنه ی میدان الکتریکی در تیغه های پلاسمایی برای هارمونیک های اول و دوم دارای رزونانس می باشد و فرکانس برخورد سبب کاهش دامنه ی میدان ها می شود. همچنین

افزایش ضخامت تیغه، میزان میرایی دامنه را افزایش می‌دهد و افزایش میدان مغناطیسی خارجی سبب افزایش دامنه‌ی میدان الکتریکی خواهد شد. این فناوری می‌تواند در آینده‌ای نزدیک، تحولی در سیستم‌های لیزری، جنگ الکترونیک، رادارهای پیشرفته، و دفاع هو فضایی ایجاد کند. ترکیب آن با پلاسماهای غیرخطی و میدان مغناطیسی ویگلر امکان تولید و هدایت امواج الکترومغناطیسی را فراهم می‌کند که می‌تواند در مقابله با تهدیدات مدرن مثل موشک‌های هایپرسونیک، پهپادهای مخفی کار و سامانه‌های فضایی متخاصم مؤثر باشد.

۶. قدردانی

با تشکر دکتر حسن رنجبر عسگری که در تحلیل نمودارهای این مقاله زحمت‌های زیادی کشیدند.

۷. تعارض منافع

نویسنده(گان) اعلام می‌دارند که در مورد انتشار این مقاله تضاد منافع وجود ندارد. علاوه بر این، موضوعات اخلاقی شامل سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، سوء رفتار، جعل داده‌ها، انتشار و ارسال مجدد و مکرر توسط نویسندگان رعایت شده است.

۸. دسترسی آزاد

این نشریه دارای دسترسی باز است و اجازه اشتراک (تکثیر و بازآرایی محتوا به هر شکل) و انطباق (بازترکیب، تغییر شکل و بازسازی بر اساس محتوا) را می‌دهد.

۹-فهرست منابع

1. Sharma, V., V. Thakur, and N. Kant, Second harmonic generation of cosh-Gaussian laser beam in magnetized plasma. *Optical and Quantum Electronics*, 2020. 52(10): p. 444.
2. Hora, H. Research cooperation with past president Jak Kelly. in *Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales*. 2013.
3. Macchi, A., M. Borghesi, and M. Passoni, Ion acceleration by superintense laser-plasma interaction. *Reviews of Modern Physics*, 2013. 85(2): p. 751-793.
4. Sentoku, Y. and A.J. Kemp, Numerical methods for particle simulations at extreme densities and temperatures: Weighted particles, relativistic collisions and reduced currents. *Journal of computational Physics*, 2008. 227(14): p. 6846-6861.
5. Lindl, J.D., R.L. McCrory, and E.M. Campbell, Progress toward ignition and burn propagation in inertial confinement fusion. *Physics Today*, 1992. 45(9): p. 32-40.
6. Gibbon, P., *Short pulse laser interactions with matter: an introduction*. 2005: World Scientific.
7. Gold, S.H. and G.S. Nusinovich, Review of high-power microwave source research. *Review of Scientific instruments*, 1997. 68(11): p. 3945-3974.
8. Tang, D., et al., Interaction of electromagnetic waves with a magnetized nonuniform plasma slab. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2003. 31(3): p. 405-410.
9. Ferrante, G., M. Zarcone, and S. Uryupin, Laser even harmonics generation by a plasma embedded in a static electric field. *Laser Physics Letters*, 2004. 1(4): p. 167-171.
10. Haberland, H., M. Bonitz, and D. Kremp, Harmonics generation in electron-ion collisions in a short laser pulse. *Physical Review E*, 2001. 64(2): p. 026405.