ISSN: 2821-157X | htpps://www.jasd.khadu.ac.ir

Journal of Aerospace Defense
Volume 1, Issue 3
Spring 2024
P.P. 97-109

Research Paper;

Investigation the problem of the shortest path in the movement of drones using adiabatic quantum computing

Hossein Davoodi Yeghaneh [1]

1. Quantum Research Center, Shahid Sattari University of Aeronautical Sciences and Technology, Tehran, Iran **E-mail: h.yeganeh@ssau.ac.ir**

Article Information

Accepted: 2024/05/06

Recceived: 2024/09/02

Keywords:

Adiabatic quantum computing, shortest path, graph, quantum technology, drones

Corresponding Author:
Hossein Davoodi Yeghaneh

Email: ***h.yeganeh@ssau.ac.ir***

Abstract

Quantum computing can be more efficient than classical computing for many problems that have no solution with classical methods. Among the various quantum computing models, the adiabatic quantum computing model is widely used in the field of graph theory. The problem of finding the shortest path can be modeled using graphs, and this problem is of great interest due to its practical applications, such as in the movement of drones.

In this article, the problem of the shortest path is investigated and solved using quantum adiabatic calculations. The problem is first mapped to a Hamiltonian expression, and then the dynamics of this Hamiltonian are studied using quantum adiabatic calculations. This model is then applied to a problem in the movement of drones, and the results show that quantum computing can be used effectively to solve shortest path problems in the movement of drones.

Davoodi Yeghaneh, Hossein;. Investigation the problem of the shortest path in the movement of drones using adiabatic quantum computing. *Journal of Aerospace Defense*, Journal of Aerospace Defense, Vol. 3, No1. 2024.

ISSN: 2821-157X | htpps://www.jasd.khadu.ac.ir

فصلنامه علمی دفاع هوافضایی
دورهٔ ۳، شمارهٔ ۱
بهار۱۴۰۳
صص۱۰۹-۹۷

مقاله پژوهشی؛

بررسی مسئله کوتاه‌ترین مسیر در حرکت پهپادها با استفاده از محاسبات کوانتومی بی‌دررو

حسین داودی یگانه[۱]

۱. مرکز پژوهشی کوانتوم ، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، ، تهران، ایران. **رایانامه:** h.yeganeh@ssau.ac.ir

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۷
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۲

کلیدواژه‌ها:
محاسبات کوانتومی بی‌دررو، کوتاه‌ترین مسیر، گراف، فناوری کوانتومی، پهپاد

نویسنده مسئول:
حسین داودی یگانه

ایمیل:
h.yeganeh@ssau.ac.ir

چکیده

محاسبات کوانتومی می‌تواند در بسیاری از مسآئل که محاسبات کلاسیکی پاسخی برای مسئله ندارد، کارآمد باشد. از میان مدل‌های مختلف محاسبات کوانتومی، مدل محاسبات کوانتومی بی‌درو کاربرد زیادی در زمینه گراف‌ها دارد. از طرفی مسئله کوتاه‌ترین مسیر با گراف مدل می‌شود و با توجه به کاربرد آن مورد توجه است. در این مقاله مسئله مسیر کوتاه‌ترین مسیر با استفاده از محاسبات کوانتومی بی‌درور بررسی و حل می‌شود، بدین منظور ابتدا نگاشت مسئله به یک هامیلتونی بیان و سپس یافتن دینامیک آن با محاسبات کوانتومی بی‌دررو بررسی می‌شود. در نهایت این مدل بر یک مسئله در حرکت پهپادها پیاده می‌شود، نتایج حاصل نشان می‌دهد، محاسبات کوانتومی در مسائل کوتاه ترین مسیر حرکت پهپادها می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

استناد: داودی یگانه، حسین؛ بررسی مسئله کوتاه‌ترین مسیر در حرکت پهپادها با استفاده از محاسبات کوانتومی بی دررو. فصل نامه علمی پژوهشی دفاع هوافضایی، دوره ۳ (شماره۱)، صفحه۱۰۹-۹۷.

۱- مقدمه

در حال حاضر ما در میانه انقلاب دوم کوانتومی قرار داریم. انقلاب اول کوانتومی با معرفی قوانین جدید که در پدیده‌های فیزیکی به درک آن‌ها کمک شایانی کرد. در انقلاب دوم کوانتومی با استفاده از این قوانین به توسعه فناوری‌های جدید پرداخته می‌شود. در اوایل قرن بیستم میلادی، قوانین فیزیک کلاسیک در توجیه مسائل بسیاری ازجمله تابش جسم سیاه ناکام ماند و نظریه مکانیک کوانتوم با تکیه‌بر پایه‌های جدید همچون دوگانگی موج-ذره، برنهی کوانتومی، گسسته بودن انرژی پاسخ این دست از مسائل را داد. با ظهور مکانیک کوانتومی، اولین انقلاب کوانتومی شکل گرفت که طی آن با استفاده از این قوانین فیزیک نیم‌رساناها کامل شد و در ادامه منجر به تولید ترانسیستورها گشت که پایه بسیاری از وسایل همچون رایانه‌ها و وسایل ارتباطی هستند. در حال حاضر مکانیک کوانتومی کاربردهای گسترده‌ای در علوم و فناوری‌های نوین دارد، برای مثال یک ابزار کارآمد برای درک ساختار اتمی مولکول‌ها است. یکی از جنبه‌های بسیار کاربردی مکانیک کوانتومی در مجموعه فناوری‌های کوانتومی بروز کرده است. فناوری‌های کوانتومی از مهم‌ترین فناوری‌های حال حاضر به شمار می‌روند که در حال ایجاد انقلاب شگرفی در علوم و فناوری هستند. یکی از جنبه‌های بسیار کاربردی مکانیک کوانتومی در نظریه محاسبات و اطلاعات کوانتومی بروز کرده است که بیشتر بنام رایانه‌های کوانتومی شناخته می‌شود. رایانه‌های کوانتومی توانایی و دقت بالایی نسبت به مشابه‌های کلاسیکی خود در حل مسائل پیچیده ریاضیاتی و فیزیکی را دارا می‌باشند. دلیل اصلی کارایی این کامپیوترها مربوط به یک اصول کوانتومی درهم‌تنیدگی و برهم‌نهی است که اجازه محاسبات دقیق و سریع را می‌دهد. دلیل اینکه یک کامپیوتر کلاسیکی نمی‌تواند به‌طور مؤثر یک سیستم کوانتومی را شبیه‌سازی کند این است که برای ذخیره‌سازی حالت کوانتومی یک سیستم بزرگ به تعداد بسیار زیادی از حافظه‌های کلاسیکی احتیاج است زیرا که تعداد حالت و پارامترهای مربوط به آن به‌صورت نمایی رشد می‌کنند[۱].

کاربرد رایانه کوانتومی شامل رمزنگاری سیستم‌ها تا توسعه داروهای جدید می‌باشد. این کاربردها بر اساس الگوریتم‌های کوانتومی می‌باشد که روی یک کامپیوتر کوانتومی اجرا می شود و با سرعت بالا نسبت به الگوریتم کلاسیکی دستاوردهای بهینه ای را در اختیار قرار می دهد. الگوریتم کوانتومی در ساده ترین شکل آن به مجموعه ای از گیت های کوانتومی متوالی گفته می شود که روی یک حالت معین اولیه اثر می کنند و چنان تنظیم شده اند که حالت نهایی چنان باشد که پس از اندازه گیری های سنجیده ای روی آن جواب یک مسئله

معین را با احتمال بسیار خوب در بر داشته باشد. الگوریتم کوانتومی مشابه الگوریتم کلاسیکی یک مسئله را گام به گام حل می کند با این تفاوت که از ویژگی‌های کوانتومی بهره می‌برد[۲]. برای پیاده سازی محاسبات کوانتومی چند رویکرد وجود دارد که یکی از آنها محاسبات کوانتومی بی‌درو است[۳]. محاسبات کوانتومی بی دررو یک حوزه مهم در محاسبات کوانتومی است که در آن با استفاده از تحول بی دررو کوانتومی محاسبات کارآمد و سریع‌تر می‌شود. در این روش، اطلاعات به صورت کیوبیت نمایش داده می‌شود و عملیات محاسباتی با استفاده از خواص کوانتومی همزمان انجام می‌شود. این روش باعث ایجاد محاسبات قدرتمندتر و سریع‌تر نسبت به روش‌های دیگر می شود. محاسبات کوانتومی بی‌دررو در زمینه های مختلفی همچون رمزنگاری کوانتومی، شبیه‌سازی ساختار مولکول‌ها، طراحی دارو، حل مسائل بهینه سازی و غیره کاربرد دارد. علاوه بر کاربردهای ذکر شده کاربردهای فناوری کوانتومی در مسائل نظامی بطور جامع در مرجع [۴] بیان شده است در اینجا ما به توصیف یک مسئله بهینه سازی می پردازیم.[۴،۵،۶]

مسائل یافتن کوتاه‌ترین مسیر هنگامی ایجاد می‌شود که نیاز به یافتن ارزان‌ترین، کوتاه‌ترین و یا قابل اعتمادترین مسیر برای انتقال بین نقاط وجود داشته باشد. مسئله کوتاه‌ترین مسیر به سه نوع مختلف تقسیم می‌شود که عبارتست از: ۱–یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه، ۲–یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین یک نقطه و باقی نقاط، ۳–یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین همه‌نقاط باهم. این مسئله در زمینه‌های مختلفی همچون شبکه‌های کامپیوتری، کنترل پروژه، برنامه‌ریزی پویا، حرمت ربات‌ها، برنامه‌ریزی ترافیک شهری و ... کاربرد دارند[۷]. به بیان ریاضی داریم: اگر یک گراف به صورت $G=(V,E)$ نمایش دهیم، که V مجموعه راس‌ها و E مجموعه یال‌ها باشد.یک مسیر بین دو راس، یک ترتیب متناوبی از گره ها و یال ها می باشد که با گره شروع و خاتمه می یابد. طول یک مسیر از مجموع طول های یال های موجود در مسیر به دست می آید. ممکن است بین دو گره بیش از یک مسیر موجود باشد، بنابراین مسئله کوتاهترین مسیر بین دو گره مورد نظر حائز اهمیت است .این نوع مسائل، مسئله کوتاهترین مسیر نامیده می‌شوند.

برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر روش‌ها و الگوریتم‌های کلاسیکی گوناگونی وجود دارند مانند الگوریتم دایجسترا،الگوریتم اولیه–ثانویه، الگوریتم جانسون، الگوریتم بلمن–فورد و الگوریتم فلوید–وارشال. اینجا الگوریتم دایجسترا را توصیف می‌کنیم الگوریتم دایجسترا الگوریتمی است که برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین دو راس در گراف به کار می‌رود[۸،۹]. الگوریتم دایجسترا دارای انواع گوناگونی است. الگوریتم اصلی، کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره را پیدا می‌کند؛ اما نوع متداول‌تر این الگوریتم، یک گره یکتا را به عنوان گره مبدا

(آغازین) در نظر می‌گیرد و کوتاه‌ترین مسیر از مبدا به دیگر گره‌ها در گراف را با ساختن درخت کوتاه‌ترین مسیر پیدا می‌کند. برای یک گره مبدا داده شده، الگوریتم، کوتاه‌ترین مسیر بین آن گره و دیگر گره‌ها را پیدا می‌کند. همچنین، الگوریتم دایجسترا برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از یک گره یکتا به گره مقصد یکتای دیگری به کار می‌رود؛ برای انجام این کار، الگوریتم هنگامی که کوتاه‌ترین مسیر از مبدا به مقصد را پیدا کند، متوقف می‌شود. فرض می‌شود که یک گراف به همراه یک راس مبدا داده شده و هدف پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر به همه راس‌های موجود در گراف مذکور است. در الگوریتم دایجسترا درخت کوتاه‌ترین مسیر با استفاده از مبدا داده شده به عنوان ریشه، ساخته می‌شود. در هر مرحله از الگوریتم، راسی پیدا می‌شود که در مجموعه دیگر (مجموعه راس‌های در نظر گرفته نشده) قرار دارد و دارای کمترین فاصله از ریشه است. این الگوریتم و بقیه الگوریتم‌ها که برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر استفاده می‌شوند کلاسیک هستند هر چند پیچیدگی این مسئله از مرتبه چندجمله‌ای است.

این مسئله با استفاده از محاسبات کوانتومی قابل حل است. بدین منظور با نگاشت مسئله به یک مدل آیزینگ و محاسبه تحول زمانی آن با محاسبات کوانتومی بی‌درو و یافتن احتمال حالت‌ها می‌توان پاسخ مسئله را یافت. این مقاله در بخش‌های زیر تنظیم‌شده است. در بخش دوم محاسبات کوانتومی بی دررو معرفی می‌گردد، در بخش سوم یافتن کوتاه‌ترین مسیر با محاسبات کوانتومی آورده شده است و در بخش چهارم نتایج و نهایتا در بخش آخر نتیجه‌گیری ارائه می‌گردد.

۲-محاسبات کوانتومی بی‌دررو

در محاسبات کوانتومی، بجای بیت از کیوبیت استفاده می‌شود. یک کیوبیت برهم‌نهی از حالت ها صفر و یک است. بطور معمول از نمایش برا-کت برای نمایش حالت کیوبیت استفاده می‌شود که کت بصورت $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ و $|1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ تعریف می‌شود و برا بصورت $\langle 0| = |0\rangle^{\dagger}$ و $\langle 1| = |1\rangle^{\dagger}$ که $\dagger$ عملگر ترانهاده هرمیتی[1] است. در حالت کلی یک کیوبیت در فضای هیلبرت دوبعدی بصورت زیر نمایش داده می‌شود

[1] Dagger

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C} \qquad (1)$$

اگر حالت کیوبیت اندازه‌گیری شود با احتمال $|\alpha|^2$ کیوبیت در حالت $|0\rangle$ قرار دارد و با احتمال $|\beta|^2$ در حالت $|1\rangle$قرار دارد. نکته مهم در مورد اندازه‌گیری این این است که این عمل برگشت‌ناپذیر است یعنی با اندازه گیری ویژگی برهمنهی از بین می‌رود و کیوبیت به بیت کلاسیکی تبدیل می‌شود. عملیات روی کیوبیت‌ها ویژگی‌های کوانتومی را تغییر نمی‌دهد و بازگشت پذیر هستند [۳] . بصورت ریاضیاتی این عملیات را می‌توان با عملگرهای خطی یکانی $U = e^{-itH/\hbar}$ نمایش داد که در آن H عملگر هامیلتونی سیستم است. هامیلتونی انرژی کل سیستم را نشان می‌دهد به بیانی دیگر طیف آن خروجی های ممکن از انرژی سیستم را نمایش می‌دهد. در واقعیت سیستم کوانتومی شامل n کیوبیت است و در برهم‌نهی از 2^n حالت قرار دارد و حالت آن بصورت زیر است

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} a_i \, |\psi_i\rangle \qquad (2)$$

که در آن a_i ضرایب بسط است و شرط $\sum_i a_i = 1$ برقرار است. محاسبات کوانتومی بی‌درو بر اساس قضیه بی‌دررو است که بیان می‌کند اگر یک سیستم کوانتومی در حالت پایه یک هامیلتونی معلوم باشد و به آرامی در یک بازه زمانی متحول شود به حالت پایه هامیلتونی مورد نظر خواهد رسید. بدین منظور ۱) یک هامیلتونی با توجه به مسئله مورد نظر طراحی می‌شود که حالت پایه آن جواب مورد نظر است. ۲) حالت پایه یک هامیلتونی ساده آماده می‌شود. ۳) با تحول بی‌درو هامیلتونی ساده تا رسیدن به حالت پایه هامیلتونی مورد نظر مسئله حل می‌شود.[۱۰]

۳-یافتن کوتاه‌ترین مسیر با محاسبات کوانتومی بی‌دررو

اشاره شد که مسئله کوتاه‌ترین مسیر را می‌توان با محاسبات کوانتومی بی‌دررو حل نمود، بدین منظور با نگاشت مسئله به یک مدل آیزینگ و محاسبه تحول زمانی آن با محاسبات کوانتومی بی‌درو و یافتن احتمال حالت‌ها می‌توان پاسخ مسئله را یافت. یک گراف با n راس در نظر بگیرید. به هر راس گراف یک کیوبیت نسبت می‌دهیم. برنهی از حالت‌های وابسته به زمان برای 2^n حالت پایه بصورت زیر در نظر می‌گیریم

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} a_i(t)\,|\psi_i\rangle \qquad (3)$$

تحول زمانی، سیستم کوانتومی که با هامیلتونی وابسته به زمان $H(t)$ با معادله شرودینگر داده می‌شود

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = -iHt\,|\psi(t)\rangle \qquad (4)$$

در محاسبات کوانتومی ادیاباتیک یم دوره زمانی از $t=0$ تا $t=T$ در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌شود در زمان tهامیلتونی $H(t)$بصورت ترکیب محدب از دو هامیلتونی مستقل از زمان نوشته شود یعنی

$$H(t) = (1-\frac{t}{T})H_B + \frac{t}{T}H_P \qquad (5)$$

برای مسئله کوتاه‌ترین مسئله هامیلتونی مسئله بصورت زیر است

$$H_P = \sum_{i,j=1}^{n} Q_{ij}\sigma_z^i\sigma_z^j \qquad (6)$$

که در آن Q_{ij} نشان دهنده طول یال بین راس i و j است و σ_zماتریس پاولی $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ است که روی کیوبیت iاثر می‌کند

هامیلتونی H_B بصورت زیر است

$$H_B = -\sum_{i=1}^{n}\sigma_x^i \qquad (7)$$

که در آن σ_x ماتریس پاولی $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ است که روی کیوبیت i اثر می‌کند. برای محاسبه مسیر، حالت $|\psi(t)\rangle$ از حالت $|\psi(0)\rangle$ تا حالت $|\psi(T)\rangle$متحول می‌شود، حالت $|\psi(0)\rangle$ حالت پایه هامیلتونی H_B است. یعنی

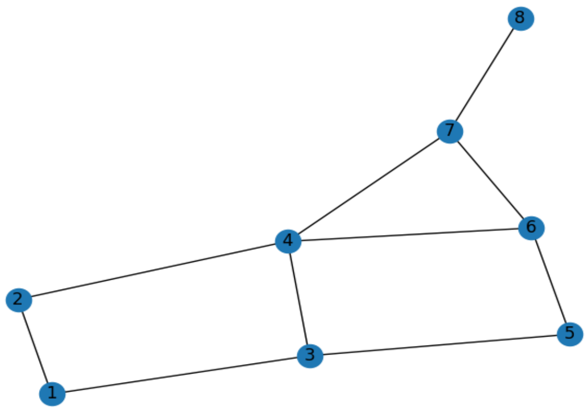
$$H_B|\psi(0)\rangle = \lambda|\psi(0)\rangle \qquad (8)$$

که λ کوچکترین ویژه مقدار هامیلتونی H_B است. با اندازه گیری روی حالت کیوبیتی تابع موج $|\psi(T)\rangle$ یکی از حالت‌های $|\psi_i\rangle$ با احتمال $|a_i(T)|^2$ بدست خواهد آمد. در حالت کلی حالت $|\psi(T)\rangle$ بصورت زیر بدست می‌آید

$$|\psi(T)\rangle = -i\int_0^T H(t)|\psi(t)\rangle dt \qquad (9)$$

۴- نتایج

با توجه به مطالب بخش‌های قبلی، می‌توان در حرکت پهپادها نیز از کوتاه‌ترین مسئله استفاده کرد و آن را با محاسبات کوانتومی بی‌دررو حل نمود. برای مثال مسیر زیر را که بروی گراف نشان داده شده است را در نظر بگیرید. مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین نقطه یک و هشت توسط پهپاد است و وزن یال‌ها برابر یک است. با توجه به اینکه 8 راس داریم یک سیستم 8کیوبیتی داریم، طول هر مسیر را برابر یک در نظر می‌گیریم. در زمان t سیستم در یک برهم‌نهی از $2^8 = 256$ حالت پایه $|\psi_i\rangle$ است که هرکدام از آنها یک زیر مجموعه از زیرمجموعه‌های راس‌ها است. در ابتدای تحول احتمال بودن سیستم در هریک از این حالت‌ها برابر است. در پایان تحول یک حالت پایه بیشترین دامنه احتمال $|a_i|^2$ را دارد که جواب مسئله است. در این حالت داریم

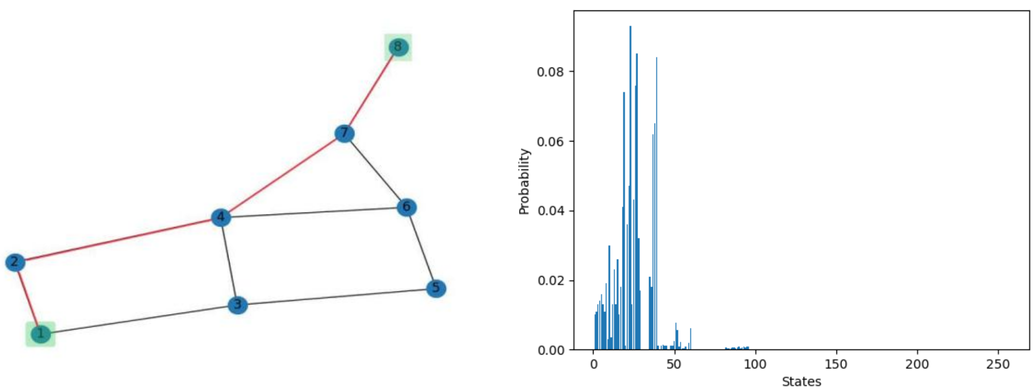


شکل ۱: گراف مورد استفاده برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین راس یک و راس ۸

$$
\begin{aligned}
H_P &= \sum_{i,j=1}^{8} Q_{ij}\sigma_z^i\sigma_z^j = \\
&\sigma_z^1\sigma_z^2+\sigma_z^1\sigma_z^3+\sigma_z^2\sigma_z^4+ \\
&\sigma_z^3\sigma_z^5+\sigma_z^3\sigma_z^4+\sigma_z^4\sigma_z^6+ \\
&\sigma_z^4\sigma_z^7+\sigma_z^5\sigma_z^6+\sigma_z^6\sigma_z^7+\sigma_z^7\sigma_z^8 \quad Q_{ij}=1
\end{aligned}
$$

$$
H_B = -\sum_{i=1}^{8}\sigma_x^i = -(\sigma_x^1+\sigma_x^2+\sigma_x^3+\sigma_x^4+\sigma_x^5+\sigma_x^6+\sigma_x^7+\sigma_x^8)
$$

زمان تحول را بین $0\le t\le T$ در نظر می‌گیریم که $T=100$ است. برای یافتن دینامیک از بسته محاسبات کوانتومی Qutip استفاده می‌کنیم[۱۲]. با یافتن دینامیک اندازه گیری احتمال ، حالت $|11010011\rangle$ دارای بیشترین احتمال است که پاسخ مسئله است در شکل ۲ کوتاه‌ترین مسیر روی گراف و نمودار احتمالات نشان داده شده است. هر کدام از کیوبیت ها که در حالت $|1\rangle$ قرار دارد نشانگر راسی است که در کوتاه ترین مسیر قرار دارد. همانطور که مشاهده می‌شود در اینجا با استفاده از محاسبات کوانتومی به دررو می‌توان مسیر کوتاه ترین مسیر را حل نمود. در پیوست کد مربوطه قرار داده شده است.



شکل ۲: سمت راست) نمودار احتمال حالت های مختلف سمت چپ) کوتاه‌ترین مسیر بین رئوش یک و ۸

۵-نتیجه گیری

محاسبات کوانتومی این پتانسیل را دارد که در بسیاری از مسائل را با سرعت بیشتری نسبت به محاسبات کلاسیکی حل کند، در این مقاله یافتن کوتاه‌ترین مسیر در حرکت پهپادها با استفاده از محاسبات کوانتومی بی‌دررو بررسی شد. بدین منظور در ابتدا أساس محاسبات کوانتومی بیان شد و در ادامه نحوه نگاشت مسئله کوتاه‌ترین مسیر به مدل محاسبات کوانتومی بی‌دررو آورده شد. در نهایت مسئله کوتاه‌ترین مسیر برای حرکت پهپادها بر روی یک گراف مدل سازی و با محاسبات کوانتومی حل شد، نتایج حاصل نشان می‌دهد می‌توان در مسیریابی از محاسبات کوانتومی بهره برد.

۶- منابع

[1] Acín, A., Bloch, I., Buhrman, H., Calarco, T., Eichler, C., Eisert, J., ... & Wilhelm, F. K. The quantum technologies roadmap: a European community view. New Journal of Physics, 20(8), (2018),080201

[2] Gill, S. S., Kumar, A., Singh, H., Singh, M., Kaur, K., Usman, M., & Buyya, R. (2022). Quantum computing: A taxonomy, systematic review and future directions. Software: Practice and Experience, 52(1), 66-114.

[3] Albash, T., & Lidar, D. A. (2018). Adiabatic quantum computation. Reviews of Modern Physics, 90(1), 015002.
[4] Krelina, M. (2021). Quantum technology for military applications. EPJ Quantum Technology, 8(1), 24.
[5] Bian, Z., Chudak, F., Macready, W. G., & Rose, G. (2010). The Ising model: teaching an old problem new tricks. D-wave systems, 2, 1-32
[6] Albash, T., & Lidar, D. A. (2018). Adiabatic quantum computation. Reviews of Modern Physics, 90(1), 015002.
[7] Cheng, S. W., Chen, H. C., Du, D. H. C., & Lim, A. (1994). The role of long and short paths in circuit performance optimization. IEEE transactions on computer-aided design of integrated circuits and systems, 13(7), 857-864.
[8] Noto, M., & Sato, H. (2000, October). A method for the shortest path search by extended Dijkstra algorithm. In Smc 2000 conference proceedings. 2000 ieee international conference on systems, man and cybernetics.'cybernetics evolving to systems, humans, organizations, and their complex interactions'(cat. no. 0 (Vol. 3, pp. 2316-2320). IEEE.
[9] Dijkstra, E. W. (2022). A note on two problems in connexion with graphs. In Edsger Wybe Dijkstra: His Life, Work, and Legacy (pp. 287-290).
[10] Krauss, T., & McCollum, J. (2020). Solving the network shortest path problem on a quantum annealer. IEEE Transactions on Quantum Engineering, 1, 1-12.
[11] Bauckhage, C., Brito, E., Cvejoski, K., Ojeda, C., Schücker, J., & Sifa, R. (2018). Towards shortest paths via adiabatic quantum computing. In Proc. Mining Learn. Graphs.
[12] Johansson, J. R., Nation, P. D., & Nori, F. (2012). QuTiP: An open-source Python framework for the

dynamics of open quantum systems. Computer Physics Communications, 183(8), 1760-1772.

پیوست

در زیر کد مورد استفاده برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر با محاسبات کوانتومی بی‌دررو آمده است.

```
from qutip import*
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

z1z2=tensor(sigmaz(),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
z1z3=tensor(sigmaz(),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))


z2z4=tensor(qeye(2),sigmaz(),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
z3z4=tensor(qeye(2),qeye(2),sigmaz(),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
z3z5=tensor(qeye(2),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),qeye(2))


z4z6=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),qeye(2))
z4z7=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),qeye(2))

z5z6=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),sigmaz(),qeye(2),qeye(2))

z6z7=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),sigmaz(),qeye(2))
z7z8=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmaz(),sigmaz())


x1=tensor(sigmax(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
x2=tensor(qeye(2),sigmax(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
x3=tensor(qeye(2),qeye(2),sigmax(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
x4=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmax(),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
x5=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmax(),qeye(2),qeye(2),qeye(2))
x6=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmax(),qeye(2),qeye(2))
x7=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmax(),qeye(2))
x8=tensor(qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),qeye(2),sigmax())


H_B=-(x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8)
H_P=(z1z2+z1z3+z2z4+z3z4+z3z5+z4z6+z4z7+z5z6+z6z7+z7z8)

taumax = 100.0
taulist = np.linspace(0, taumax, 100)

args = {'t_max': max(taulist)}
H_t = [[H_B, lambda t, args : (1-t/args['t_max'])],
       [H_P, lambda t, args : t/args['t_max']]]

psi00=H_B.groundstate()

list1=[]
for i in range(256):
    list1.append(0.04419417)

list2=np.array(list1)
psi0=Qobj(list2)
   |
result = mesolve(H_t, psi0, taulist, [],[],args)

rho=list(result.states[0])

psi_list = [basis(2,0) for n in range(9)]
state = tensor(psi_list)

for i in range(75):
    t1=list(result.states[i])
    for j in t1:
        print(j*j)
```